2024 年山东

1. 2024 年是中国航天大年，神舟十八号、嫦娥六号等已陆续飞天，部分航天器装载了具有抗干扰性强的核电池。已知 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 衰变为 $^{90}_{39}\mathrm{Y}$ 的半衰期约为 29 年；$^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 衰变为 $^{234}_{92}\mathrm{U}$ 的半衰期约 87 年。现用相同数目的 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 和 $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 各做一块核电池，下列说法正确的是 (D)

   A. $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 衰变为 $^{90}_{39}\mathrm{Y}$ 时产生 α 粒子

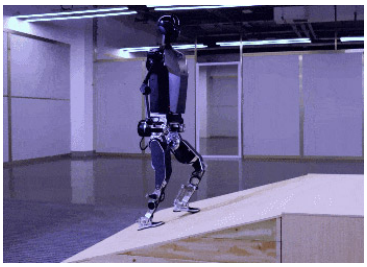
   B. $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 衰变为 $^{234}_{92}\mathrm{U}$ 时产生 β 粒子

   C. 50 年后，剩余的 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 数目大于 $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 的数目

   D. 87 年后，剩余的 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 数目小于 $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 的数目

   > A．根据质量数守恒和电荷数守恒可知 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 衰变为 $^{90}_{39}\mathrm{Y}$ 时产生电子，即 β 粒子，故 A 错误；
   >
   > B．根据质量数守恒和电荷数守恒可知 $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 衰变为 $^{234}_{92}\mathrm{U}$ 时产生 $^{4}_{2}\mathrm{He}$，即 α 粒子，故 B 错误；
   >
   > CD．根据题意可知 $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 的半衰期大于 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 的半衰期，现用相同数目的 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 和 $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 各做一块核电池，经过相同的时间，$^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 经过的半衰期的次数多，所以 $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ 数目小于 $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ 的数目，故 D 正确，C 错误。
   >
   > 故选 D。

2. 如图所示，国产人形机器人“天工”能平稳通过斜坡。若它可以在倾角不大于 30° 的斜坡上稳定地站立和行走，且最大静摩擦力等于滑动摩擦力，则它的脚和斜面间的动摩擦因数不能小于 (B)

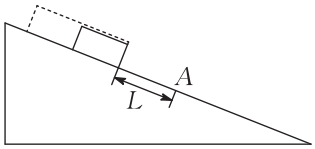
   

   A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

   > 根据题意可知机器人“天工”它可以在倾角不大于 30° 的斜坡上稳定地站立和行走，对“天工”分析有
   >
   > $mg\sin 30^\circ \leq \mu mg\cos 30^\circ$
   >
   > 可得 $\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$

故选 B。

3. 如图所示，固定的光滑斜面上有一木板，其下端与斜面上 A 点距离为 L。木板由静止释放，若木板长度 L，通过 A 点的时间间隔为 Δt_1；若木板长度为 $2L$，通过 A 点的时间间隔为 Δt_2。$\Delta t_2 : \Delta t_1$ 为 (A)



A. $(\sqrt{3}-1):(\sqrt{2}-1)$　　B. $(\sqrt{3}-\sqrt{2}):(\sqrt{2}-1)$

C. $(\sqrt{3}+1):(\sqrt{2}+1)$　　D. $(\sqrt{3}+\sqrt{2}):(\sqrt{2}+1)$

木板在斜面上运动时，木板的加速度不变，设加速度为 a，木板从静止释放到下端到达 A 点的过程，根据运动学公式有 $L=\frac{1}{2}at_0^2$；

木板从静止释放到上端到达 A 点的过程，当木板长度为 L 时，有 $2L=\frac{1}{2}at_1^2$；

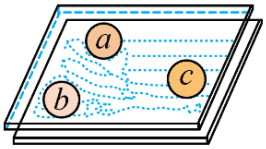
当木板长度为 $2L$ 时，有 $3L=\frac{1}{2}at_2^2$；

又 $\Delta t_1=t_1-t_0$，$\Delta t_2=t_2-t_0$

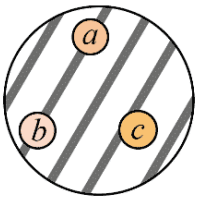
联立解得 $\Delta t_2 : \Delta t_1=(\sqrt{3}-1):(\sqrt{2}-1)$

故选 A。

4. 检测球形滚珠直径是否合格的装置如图甲所示，将标准滚珠 a 与待测滚珠 b、c 放置在两块平板玻璃之间，用单色平行光垂直照射平板玻璃，形成如图乙所示的干涉条纹。若待测滚珠与标准滚珠的直径相等为合格，下列说法正确的是 (C)



图甲



图乙

A. 滚珠 b、c 均合格　　B. 滚珠 b、c 均不合格

C. 滚珠 b 合格，滚珠 c 不合格　　D. 滚珠 b 不合格，滚珠 c 合格

单色平行光垂直照射平板玻璃，上、下玻璃上表面的反射光在上玻璃上表面发生干涉，形成干涉条纹，光程差为两块玻璃距离的两倍，根据光的干涉知识可知，同一条干涉条纹位置处光的波程差相等，即滚珠 a 的直径与滚珠 b 的直径相等，即滚珠 b 合格，不同的干涉条纹位置处光的波程差不同，则滚珠 a 的直径与滚珠 c 的直径不相等，即滚珠 c 不合格。

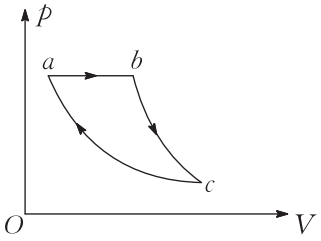
> 故选 C。

5. “鹊桥二号”中继星环绕月球运行，其 24 小时椭圆轨道的半长轴为 a。已知地球同步卫星的轨道半径为 r，则月球与地球质量之比可表示为 (D)

A. $\sqrt{\frac{r^3}{a^3}}$　　B. $\sqrt{\frac{a^3}{r^3}}$　　C. $\frac{r^3}{a^3}$　　D. $\frac{a^3}{r^3}$

> “鹊桥二号”中继星在 24 小时椭圆轨道运行时，根据开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2}=k$
>
> 同理，对地球的同步卫星根据开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T'^2}=k'$
>
> 又开普勒常量与中心天体的质量成正比，所以 $\frac{M_{月}}{M_{地}}=\frac{k}{k'}$
>
> 联立可得 $\frac{M_{月}}{M_{地}}=\frac{a^3}{r^3}$
>
> 故选 D。

6. 一定质量理想气体经历如图所示的循环过程，$a\to b$ 过程是等压过程，$b\to c$ 过程中气体与外界无热量交换，$c\to a$ 过程是等温过程。下列说法正确的是 (C)



A. $a\to b$ 过程，气体从外界吸收的热量全部用于对外做功

B. $b\to c$ 过程，气体对外做功，内能增加

C. $a\to b\to c$ 过程，气体从外界吸收的热量全部用于对外做功

D. $a\to b$ 过程，气体从外界吸收的热量等于 $c\to a$ 过程放出的热量

> A．$a\to b$ 过程压强不变，是等压变化且体积增大，气体对外做功 $W<0$，由盖-吕萨克定律可知 $T_b>T_a$
>
> 即内能增大，$\Delta U_{ab}>0$，根据热力学第一定律 $\Delta U=Q+W$ 可知 $a\to b$ 过程，气体从外界吸收的热量一部分用于对外做功，另一部分用于增加内能，A 错误；
>
> B．方法一：$b\to c$ 过程中气体与外界无热量交换，即 $Q_{bc}=0$
>
> 又由气体体积增大可知 $W_{bc}<0$，由热力学第一定律 $\Delta U=Q+W$ 可知气体内能减少。
>
> 方法二：$c\to a$ 过程为等温过程，所以 $T_c=T_a$。
>
> 结合 $T_b>T_a$ 分析可知 $T_b>T_c$。

所以 b 到 c 过程气体的内能减少。故 B 错误；

C．$c \to a$ 过程为等温过程，可知 $T_c = T_a$，$\Delta U_{ac} = 0$。

根据热力学第一定律可知 $a \to b \to c$ 过程，气体从外界吸收的热量全部用于对外做功，C 正确；

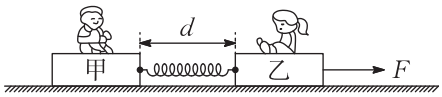
D．根据热力学第一定律结合上述解析可知：$a \to b \to c \to a$ 一整个热力学循环过程 $\Delta U = 0$，整个过程气体对外做功，因此热力学第一定律可得

$$\Delta U = Q_{ab} - Q_{ca} - W = 0$$

故 $a \to b$ 过程气体从外界吸收的热量 Q_{ab} 不等于 $c \to a$ 过程放出的热量 $-Q_{ca}$，D 错误。

故选 C。

7. 如图所示，质量均为 m 的甲、乙两同学，分别坐在水平放置的轻木板上，木板通过一根原长为 l 的轻质弹性绳连接，连接点等高且间距为 d（$d < l$）。两木板与地面间动摩擦因数均为 μ，弹性绳劲度系数为 k，被拉伸时弹性势能 $E = \frac{1}{2}kx^2$（x 为绳的伸长量）。现用水平力 F 缓慢拉动乙所坐木板，直至甲所坐木板刚要离开原位置，此过程中两人与所坐木板保持相对静止，k 保持不变，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度大小为 g，则 F 所做的功等于 (B)



A. $\frac{(\mu mg)^2}{2k} + \mu mg(l-d)$　　B. $\frac{3(\mu mg)^2}{2k} + \mu mg(l-d)$

C. $\frac{3(\mu mg)^2}{2k} + 2\mu mg(l-d)$　　D. $\frac{(\mu mg)^2}{2k} + 2\mu mg(l-d)$

当甲所坐木板刚要离开原位置时，对甲及其所坐木板整体有 $kx_0 = \mu mg$

解得弹性绳的伸长量 $x_0 = \frac{\mu mg}{k}$

则此时弹性绳的弹性势能为

$E_0 = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{\mu^2 m^2 g^2}{2k}$

从开始拉动乙所坐木板到甲所坐木板刚要离开原位置的过程，乙所坐木板的位移为 $x_1 = x_0 + l - d$

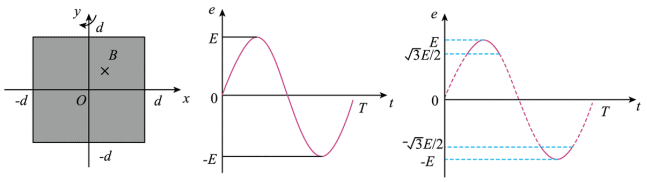
则由功能关系可知该过程 F 所做的功

$W = E_0 + \mu mgx_1 = \frac{3(\mu mg)^2}{2k} + \mu mg(l-d)$

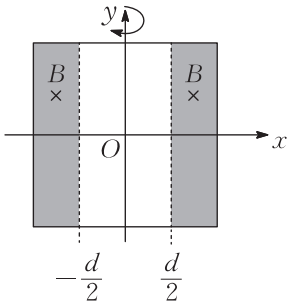
故选 B。

8. 如图甲所示，在 $-d \le x \le d$，$-d \le y \le d$ 的区域中存在垂直 Oxy 平面向里、磁感应

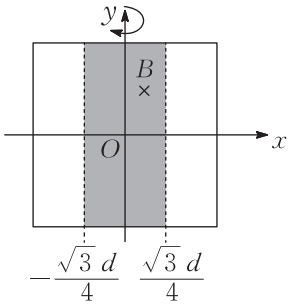
强度大小为 B 的匀强磁场（用阴影表示磁场的区域），边长为 $2d$ 的正方形线圈与磁场边界重合。线圈以 y 轴为转轴匀速转动时，线圈中产生的交变电动势如图乙所示。若仅磁场的区域发生了变化，线圈中产生的电动势变为图丙所示实线部分，则变化后磁场的区域可能为 (C)



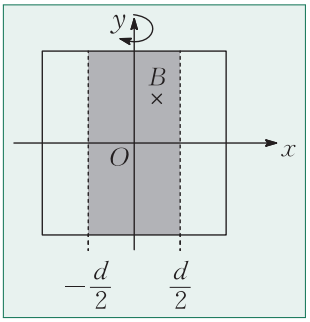
图甲　　图乙　　图丙



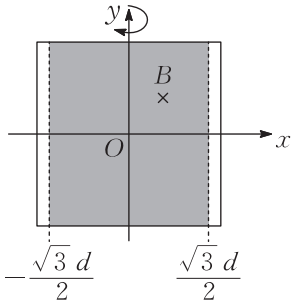
A.



B.



C.



D.

根据题意可知，磁场区域变化前线圈产生的感应电动势为 $e = E\sin\omega t$

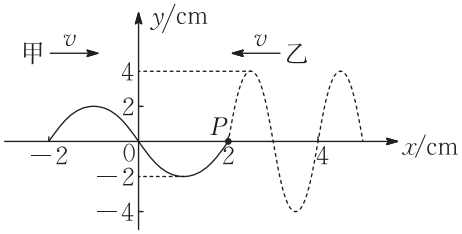
由题图丙可知，磁场区域变化后，当 $E\sin\omega t = \frac{\sqrt{3}}{2}E$ 时，线圈的侧边开始切割磁感线，即当线圈旋转 $\frac{\pi}{3}$ 时开始切割磁感线，由几何关系可知磁场区域平行于 x 轴的边长变为

$d' = 2d\cos\frac{\pi}{3} = d$

C 正确。

故选 C。

9. 甲、乙两列简谐横波在同一均匀介质中沿 x 轴相向传播，波速均为 $2\,\mathrm{m/s}$。$t = 0$ 时刻二者在 $x = 2\,\mathrm{m}$ 处相遇，波形图如图所示。关于平衡位置在 $x = 2\,\mathrm{m}$ 处的质点 P，下列说法正确的是 (BC)



A. $t=0.5\,\mathrm{s}$ 时，P 偏离平衡位置的位移为 0

B. $t=0.5\,\mathrm{s}$ 时，P 偏离平衡位置的位移为 $-2\,\mathrm{cm}$

C. $t=1.0\,\mathrm{s}$ 时，P 向 y 轴正方向运动

D. $t=1.0\,\mathrm{s}$ 时，P 向 y 轴负方向运动

AB．在 0.5 s 内，甲、乙两列波传播的距离均为

$\Delta x=v\Delta t=2\times0.5\,\mathrm{m}=1\,\mathrm{m}$

根据波形平移法可知，$t=0.5\,\mathrm{s}$ 时，$x=1\,\mathrm{m}$ 处甲波的波谷刚好传到 P 处，$x=3\,\mathrm{m}$ 处乙波的平衡位置振动刚好传到 P 处，根据叠加原理可知，$t=0.5\,\mathrm{s}$ 时，P 偏离平衡位置的位移为 $-2\,\mathrm{cm}$，故 A 错误，B 正确；

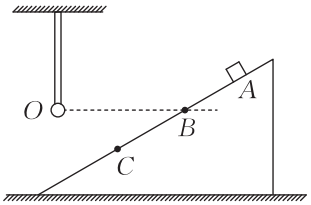
CD．在 1.0 s 内，甲、乙两列波传播的距离均为

$\Delta x'=v\Delta t'=2\times1.0\,\mathrm{m}=2\,\mathrm{m}$

根据波形平移法可知，$t=1.0\,\mathrm{s}$ 时，$x=0$ 处甲波的平衡位置振动刚好传到 P 处，$x=4\,\mathrm{m}$ 处乙波的平衡位置振动刚好传到 P 处，且此时两列波的振动都向 y 轴正方向运动，根据叠加原理可知，$t=1.0\,\mathrm{s}$ 时，P 向 y 轴正方向运动，故 C 正确，D 错误。

故选 BC。

10. 如图所示，带电量为 $+q$ 的小球被绝缘棒固定在 O 点，右侧有固定在水平面上、倾角为 30° 的光滑绝缘斜面。质量为 m、带电量为 $+q$ 的小滑块从斜面上 A 点由静止释放，滑到与小球等高的 B 点时加速度为零，滑到 C 点时速度为零。已知 AC 间的距离为 s，重力加速度大小为 g，静电力常量为 k，下列说法正确的是（AD）



A. OB 的距离 $l=\sqrt{\frac{\sqrt{3}kq^2}{mg}}$

B. OB 的距离 $l=\sqrt{\frac{\sqrt{3}kq^2}{3mg}}$

C. 从 A 到 C，静电力对小滑块做功 $W=-mgs$

D. AC 之间的电势差 $U_{AC}=-\frac{mgs}{2q}$

AB．由题意知小滑块在 B 点处的加速度为零，则根据受力分析有沿斜面方向

$mg\sin 30^\circ=\frac{kq^2}{l^2}\cos 30^\circ$

解得 $l=\sqrt{\frac{\sqrt{3}kq^2}{mg}}$

A 正确，B 错误；

C．因为滑到 C 点时速度为零，小滑块从 A 到 C 的过程，静电力对小滑块做的功为 W，根据动能定理有

$W+mgs\sin 30^\circ=0$

解得 $W=-\frac{mgs}{2}$

故 C 错误；

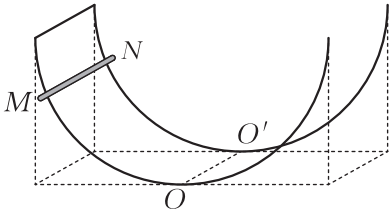
D．根据电势差与电场强度的关系可知 AC 之间的电势差

$U_{AC}=\frac{W}{q}=-\frac{mgs}{2q}$

故 D 正确。

故选 AD。

11. 如图所示，两条相同的半圆弧形光滑金属导轨固定在水平桌面上，其所在平面竖直且平行，导轨最高点到水平桌面的距离等于半径，最低点的连线 OO' 与导轨所在竖直面垂直。空间充满竖直向下的匀强磁场（图中未画出），导轨左端由导线连接。现将具有一定质量和电阻的金属棒 MN 平行 OO' 放置在导轨图示位置，由静止释放。MN 运动过程中始终平行于 OO' 且与两导轨接触良好，不考虑自感影响，下列说法正确的是 (ABD)



A. MN 最终一定静止于 OO' 位置

B. MN 运动过程中安培力始终做负功

C. 从释放到第一次到达 OO' 位置过程中，MN 的速率一直在增大

D. 从释放到第一次到达 OO' 位置过程中，MN 中电流方向由 M 到 N

A．由于金属棒 MN 运动过程切割磁感线产生感应电动势，回路有感应电流，产生焦耳热，金属棒 MN 的机械能不断减小，由于金属导轨光滑，所以经过多次往返运动，MN 最终一定静止于 OO' 位置，故 A 正确；

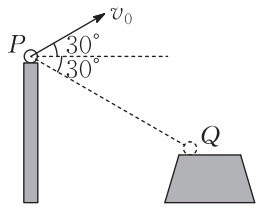
B．当金属棒 MN 向右运动，根据右手定则可知，MN 中电流方向由 M 到 N，根据左手定则，可知金属棒 MN 受到的安培力水平向左，则安培力做负功；当金属棒 MN 向左运动，根据右手定则可知，MN 中电流方向由 N 到 M，根据左手定则，可知金属棒 MN 受到的安培力水平向右，则安培力做负功；可知 MN 运动过程中安培力始终做负功，故 B 正确；

C．金属棒 MN 从释放到第一次到达 OO' 位置过程中，由于在 OO' 位置重力沿切线方向的分力为 0，可知在到达 OO' 位置之前的位置，重力沿切线方向的分力已经小于安培力沿切线方向的分力，金属棒 MN 已经做减速运动，故 C 错误；

D．从释放到第一次到达 OO' 位置过程中，根据右手定则可知，MN 中电流方向由 M 到 N，故 D 正确。

故选 ABD。

12. 如图所示，工程队向峡谷对岸平台抛射重物，初速度 v_0 大小为 $20\,\mathrm{m/s}$，与水平方向的夹角为 30°，抛出点 P 和落点 Q 的连线与水平方向夹角为 30°，重力加速度大小取 $10\,\mathrm{m/s^2}$，忽略空气阻力。重物在此运动过程中，下列说法正确的是（BD）



A．运动时间为 $2\sqrt{3}\,\mathrm{s}$

B．落地速度与水平方向夹角为 60°

C．重物离 PQ 连线的最远距离为 $10\,\mathrm{m}$

D．轨迹最高点与落点的高度差为 $45\,\mathrm{m}$

AC．将初速度分解为沿 PQ 方向分速度 v_1 和垂直 PQ 分速度 v_2，则有 $v_1 = v_0\cos 60° = 10\,\mathrm{m/s}$，$v_2 = v_0\sin 60° = 10\sqrt{3}\,\mathrm{m/s}$

将重力加速度分解为沿 PQ 方向分速度 a_1 和垂直 PQ 分速度 a_2，则有

$a_1 = g\sin 30° = 5\,\mathrm{m/s^2}$，$a_2 = g\cos 30° = 5\sqrt{3}\,\mathrm{m/s^2}$

垂直 PQ 方向根据对称性可得重物运动时间为

$t = 2\frac{v_2}{a_2} = 4\,\mathrm{s}$

重物离 PQ 连线的最远距离为

$d_{\max} = \frac{v_2^2}{2a_2} = 10\sqrt{3}\,\mathrm{m}$

故 AC 错误；

B．重物落地时竖直分速度大小为

$v_y = -v_0 \sin 30° + gt = 30\,\mathrm{m/s}$

则落地速度与水平方向夹角正切值为

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_0 \cos 30°} = \sqrt{3}$

可得 $\theta = 60°$

故 B 正确；

D．从抛出到最高点所用时间为

$t_1 = \frac{v_0 \sin 30°}{g} = 1\,\mathrm{s}$

则从最高点到落地所用时间为

$t_2 = t - t_1 = 3\,\mathrm{s}$

轨迹最高点与落点的高度差为

$h = \frac{1}{2} g t_2^2 = 45\,\mathrm{m}$

故 D 正确。

故选 BD。

13. 在第四次“天宫课堂”中，航天员演示了动量守恒实验。受此启发，某同学使用如图甲所示的装置进行了碰撞实验，气垫导轨两端分别安装 a、b 两个位移传感器，a 测量滑块 A 与它的距离 x_A，b 测量滑块 B 与它的距离 x_B。部分实验步骤如下：

①测量两个滑块的质量，分别为 200.0 g 和 400.0 g；

②接通气源，调整气垫导轨水平；

③拨动两滑块，使 A、B 均向右运动；

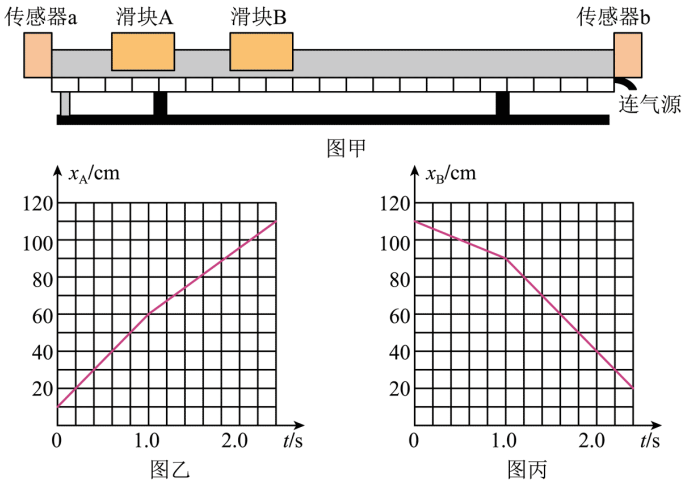
④导出传感器记录的数据，绘制 x_A、x_B 随时间变化的图像，分别如图乙、图丙所示。

回答以下问题：

(1) 从图像可知两滑块在 $t =$1.0 s 时发生碰撞；

(2) 滑块 B 碰撞前的速度大小 $v =$0.20 m/s（保留 2 位有效数字）；

(3) 通过分析，得出质量为 200.0 g 的滑块是 B（填“A”或“B”）。



(1) 1.0 (2) 0.20 (3) B

（1）由 $x-t$ 图像的斜率表示速度可知两滑块的速度在 $t=1.0\,\mathrm{s}$ 时发生突变，即这个时候发生了碰撞；

（2）根据 $x-t$ 图像斜率的绝对值表示速度大小可知碰撞前瞬间 B 的速度大小为

$v=\left|\frac{90-110}{1.0}\right|\,\mathrm{cm/s}=0.20\,\mathrm{m/s}$

（3）由题图乙知，碰撞前 A 的速度大小 $v_A=0.50\,\mathrm{m/s}$，碰撞后 A 的速度大小约为 $v_A'=0.36\,\mathrm{m/s}$，由题图丙可知，碰撞后 B 的速度大小为 $v_B'=0.5\,\mathrm{m/s}$，A 和 B 碰撞过程动量守恒，则有

$m_Av_A+m_Bv=m_Av_A'+m_Bv_B'$

代入数据解得 $\frac{m_A}{m_B}\approx 2$

所以质量为 200.0 g 的滑块是 B。

14. 某学习小组对两种型号铅笔芯的电阻率进行测量。实验器材如下：

学生电源（输出电压 0 ~ 16 V）；

滑动变阻器（最大阻值 10 Ω，额定电流 2 A）；

电压表 V（量程 3 V，内阻未知）；

电流表 A（量程 3 A，内阻未知）；

待测铅笔芯 R（X 型号、Y 型号）；

游标卡尺，螺旋测微器，开关 S，单刀双掷开关 K，导线若干。

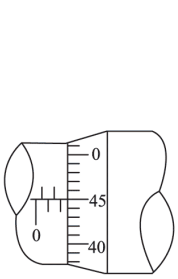
回答以下问题：

(1) 使用螺旋测微器测量铅笔芯直径，某次测量结果如图甲所示，该读数为 2.450 mm；

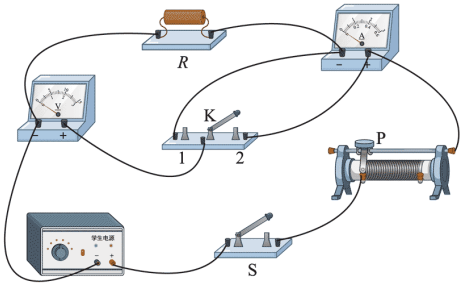
(2) 把待测铅笔芯接入图乙所示电路，闭合开关 S 后，将滑动变阻器滑片由最右端向左调节到合适位置，将单刀双掷开关 K 分别掷到 1、2 端，观察到电压表示数变化比电流表示数变化更明显，则测量铅笔芯电阻时应将 K 掷到 1（填“1”或“2”）端；

(3) 正确连接电路，得到 Y 型号铅笔芯 $I-U$ 图像如图丙所示，求得电阻 $R_Y=$1.91 Ω（保留 3 位有效数字）；采用同样方法得到 X 型号铅笔芯的电阻为 1.70 Ω；

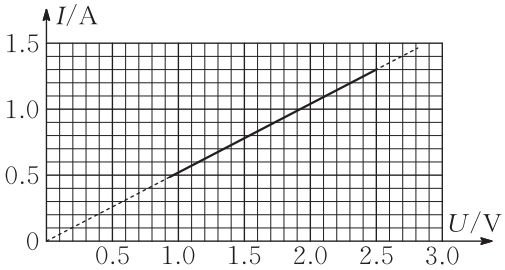
(4) 使用游标卡尺测得 X、Y 型号铅笔芯的长度分别为 40.68 mm、60.78 mm，使用螺旋测微器测得 X、Y 型号铅笔芯直径近似相等，则 X 型号铅笔芯的电阻率大于（填“大于”或“小于”）Y 型号铅笔芯的电阻率。



甲



乙



丙

(1) 2.450　(2) 1　(3) 1.91　(4) 大于

（1）根据螺旋测微器的读数规则可知，其读数为

$d=2\,\text{mm}+0.01\times45.0\,\text{mm}=2.450\,\text{mm}$

（2）由于电压表示数变化更明显，说明电流表分压较多，因此电流表应采用外接法，即测量铅笔芯电阻时应将 K 掷到 1 端；

（3）根据图丙的 $I-U$ 图像，结合欧姆定律有

$R_Y=\frac{2.50\,\text{V}}{1.31\,\text{A}}=1.91\,\Omega$

（4）根据电阻定律 $R=\rho\frac{l}{S}$

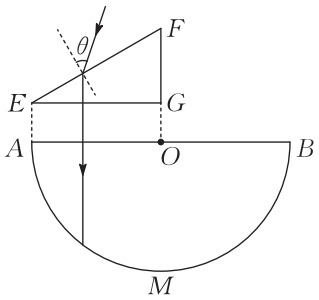
可得 $\rho=\frac{RS}{l}$

两种材料的横截面积近似相等，分别代入数据可知 $\rho_X>\rho_Y$。

15. 某光学组件横截面如图所示，半圆形玻璃砖圆心为 O 点，半径为 R；直角三棱镜 FG 边的延长线过 O 点，EG 边平行于 AB 边且长度等于 R，$\angle FEG = 30°$。横截面所在平面内，单色光线以 θ 角入射到 EF 边发生折射，折射光线垂直 EG 边射出。已知玻璃砖和三棱镜对该单色光的折射率均为 1.5。

(1) 求 $\sin\theta$；

(2) 以 θ 角入射的单色光线，若第一次到达半圆弧 AMB 可以发生全反射，求光线在 EF 上入射点 D（图中未标出）到 E 点距离的范围。



(1) $\sin\theta = 0.75$ (2) $0 < x \leq \frac{2\sqrt{3}}{9}R$

（1）由题意设光在三棱镜中的折射角为 α，则根据折射定律有

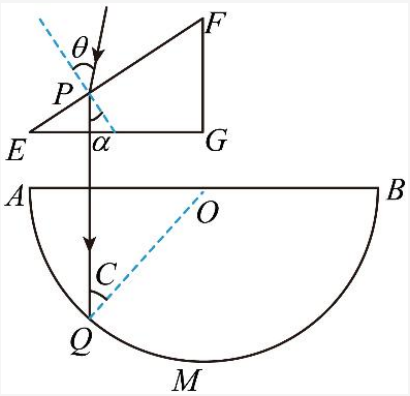
$n = \frac{\sin\theta}{\sin\alpha}$

由于折射光线垂直 EG 边射出，根据几何关系可知

$\alpha = \angle FEG = 30°$

代入数据解得 $\sin\theta = 0.75$

（2）根据题意作出单色光第一次到达半圆弧 AMB 恰好发生全反射的光路图如图。



则根据几何关系可知 FE 上从 P 点到 E 点以 θ 角入射的单色光线第一次到达半圆弧 AMB 都可以发生全反射，根据全反射临界角公式有

$\sin C = \frac{1}{n}$

设 P 点到 FG 的距离为 l，则根据几何关系有 $l = R\sin C$

又因为 $x_{PE} = \frac{R-l}{\cos 30^\circ}$

联立解得 $x_{PE} = \frac{2\sqrt{3}}{9}R$

所以光线在 EF 上的入射点 D 到 E 点的距离范围为 $0 < x \leq \frac{2\sqrt{3}}{9}R$。

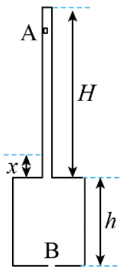
16. 图甲为战国时期青铜汲酒器，根据其原理制作了由中空圆柱形长柄和储液罐组成的汲液器，如图乙所示。长柄顶部封闭，横截面积 $S_1 = 1.0\,\mathrm{cm}^2$，长度 $H = 100.0\,\mathrm{cm}$，侧壁有一小孔 A。储液罐的横截面积 $S_2 = 90.0\,\mathrm{cm}^2$，高度 $h = 20.0\,\mathrm{cm}$，罐底有一小孔 B。汲液时，将汲液器竖直浸入液体，液体从孔 B 进入，空气由孔 A 排出；当内外液面相平时，长柄浸入液面部分的长度为 x；堵住孔 A，缓慢地将汲液器竖直提出液面，储液罐内刚好储满液体。已知液体密度 $\rho = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m}^3$，重力加速度大小 $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$，大气压 $p_0 = 1.0 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$。整个过程温度保持不变，空气可视为理想气体，忽略器壁厚度。

(1) 求 x；

(2) 松开孔 A，从外界进入压强为 p_0、体积为 V 的空气，使满储液罐中液体缓缓流出，堵住孔 A，稳定后罐中恰好剩余一半的液体，求 V。



图甲



图乙

(1) $x = 2\,\mathrm{cm}$　(2) $V = 8.92 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^3$

（1）由题意可知缓慢地将汲液器竖直提出液面过程，气体发生等温变化，所以有

$p_1(H - x)S_1 = p_2 H S_1$

又因为 $p_1 = p_0$，$p_2 + \rho g h = p_0$

代入数据联立解得 $x = 2\,\mathrm{cm}$

（2）当外界气体进入后，以所有气体为研究对象有

$p_0 V + p_2 H S_1 = p_3\left(H S_1 + \frac{h}{2}S_2\right)$

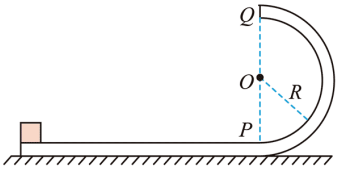
又因为 $p_3 + \rho g \cdot \frac{h}{2} = p_0$

代入数据联立解得 $V = 8.92 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^3$。

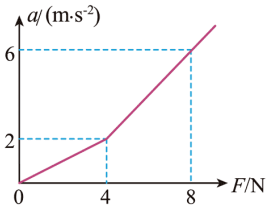
17. 如图甲所示，质量为 M 的轨道静止在光滑水平面上，轨道水平部分的上表面粗糙，竖直半圆形部分的表面光滑，两部分在 P 点平滑连接，Q 为轨道的最高点。质量为 m 的小物块静置在轨道水平部分上，与水平轨道间的动摩擦因数为 μ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力。已知轨道半圆形部分的半径 $R=0.4\,\mathrm{m}$，重力加速度大小 $g=10\,\mathrm{m/s^2}$。

(1) 若轨道固定，小物块以一定的初速度沿轨道运动到 Q 点时，受到轨道的弹力大小等于 $3mg$，求小物块在 Q 点的速度大小 v；

(2) 若轨道不固定，给轨道施加水平向左的推力 F，小物块处在轨道水平部分时，轨道加速度 a 与 F 对应关系如图乙所示。（i）求 μ 和 m；（ii）初始时，小物块静置在轨道最左端，给轨道施加水平向左的推力 $F=8\,\mathrm{N}$，当小物块到 P 点时撤去 F，小物块从 Q 点离开轨道时相对地的速度大小为 $7\,\mathrm{m/s}$。求轨道水平部分的长度 L。



甲



乙

(1) $v=4\,\mathrm{m/s}$ (2) （i）$m=1\,\mathrm{kg}$，$\mu=0.2$；（ii）$L=4.5\,\mathrm{m}$

（1）根据题意可知小物块在 Q 点由合力提供向心力有

$mg+3mg=m\frac{v^2}{R}$

代入数据解得 $v=4\,\mathrm{m/s}$

（2）（i）根据题意可知当 $F\leq 4\,\mathrm{N}$ 时，小物块与轨道是一起向左加速，根据牛顿第二定律可知 $F=(M+m)a$

根据图乙有 $k=\frac{1}{M+m}=0.5\,\mathrm{kg^{-1}}$

当外力 $F>4\,\mathrm{N}$ 时，轨道与小物块有相对滑动，则对轨道有 $F-\mu mg=Ma$

结合题图乙有 $a=\frac{1}{M}F-\frac{\mu mg}{M}$

可知 $k=\frac{1}{M}=1\,\mathrm{kg^{-1}}$

截距 $b=-\frac{\mu mg}{M}=-2\,\mathrm{m/s^2}$

联立以上各式可得 $M=1\,\mathrm{kg}$，$m=1\,\mathrm{kg}$，$\mu=0.2$

（ii）由图乙可知，当 $F=8\,\mathrm{N}$ 时，轨道的加速度为 $6\,\mathrm{m/s^2}$，小物块的加速度为 $a_2=\mu g=2\,\mathrm{m/s^2}$

当小物块运动到 P 点时，经过 t_0 时间，则轨道有 $v_1=a_1t_0$

小物块有 $v_2 = a_2 t_0$

在这个过程中系统机械能守恒有

$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}Mv_3^2 + \frac{1}{2}mv_4^2 + 2mgR$

水平方向动量守恒，以水平向左为正方向，则有

$Mv_1 + mv_2 = Mv_3 + mv_4$

联立解得 $t_0 = 1.5\,\mathrm{s}$

根据运动学公式有 $L = \frac{1}{2}a_1 t_0^2 - \frac{1}{2}a_2 t_0^2$

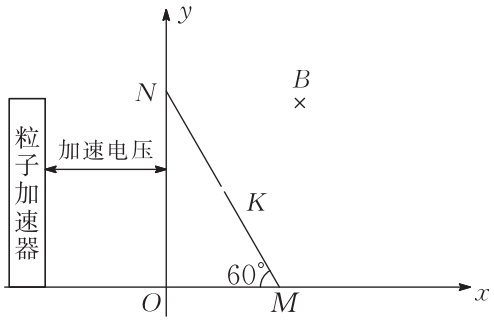
代入数据解得 $L = 4.5\,\mathrm{m}$。

18. 如图所示，在 Oxy 坐标系 $x > 0$，$y > 0$ 区域内充满垂直纸面向里，磁感应强度大小为 B 的匀强磁场。磁场中放置一长度为 L 的挡板，其两端分别位于 x、y 轴上 M、N 两点，$\angle OMN = 60°$，挡板上有一小孔 K 位于 MN 中点。$\triangle OMN$ 之外的第一象限区域存在恒定匀强电场。位于 y 轴左侧的粒子发生器在 $0 < y < \frac{\sqrt{3}}{2}L$ 的范围内可以产生质量为 m，电荷量为 $+q$ 的无初速度的粒子。粒子发生器与 y 轴之间存在水平向右的匀强加速电场，加速电压大小可调，粒子经此电场加速后进入磁场，挡板厚度不计，粒子可沿任意角度穿过小孔，碰撞挡板的粒子不予考虑，不计粒子重力及粒子间相互作用力。

(1) 求使粒子垂直挡板射入小孔 K 的加速电压 U_0；

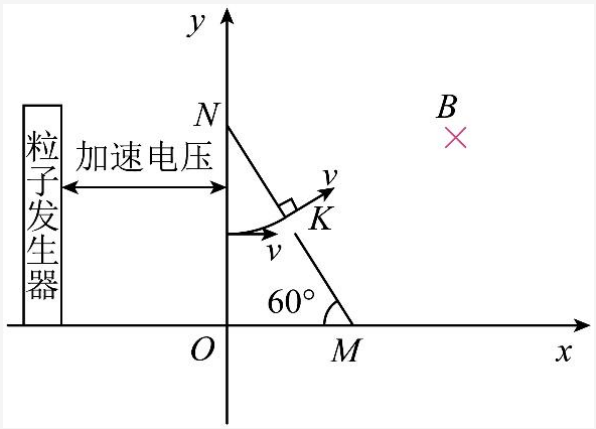
(2) 调整加速电压，当粒子以最小的速度从小孔 K 射出后恰好做匀速直线运动，求第一象限中电场强度的大小和方向；

(3) 当加速电压为 $\frac{qB^2L^2}{24m}$ 时，求粒子从小孔 K 射出后，运动过程中距离 y 轴最近位置的坐标。



(1) $U_0 = \frac{qB^2L^2}{8m}$ (2) $E = \frac{qB^2L}{4m}$，方向沿 x 轴正方向 (3) $\left(\frac{(3-\sqrt{3})L}{12}, \frac{(9\pi+12\pi n+8\sqrt{3})L}{24}\right)$（$n = 0, 1, 2, \cdots$）

（1）根据题意，作出粒子垂直挡板射入小孔 K 的运动轨迹如图所示。



根据几何关系可知粒子在磁场中做圆周运动的轨迹半径为

$r = NK = \frac{L}{2}$

在 $\triangle OMN$ 区域根据洛伦兹力提供向心力有

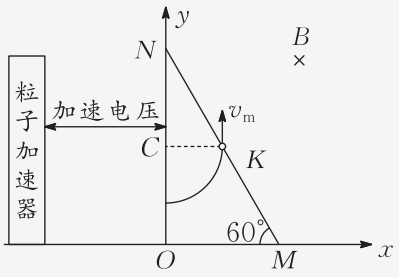
$qvB = m\frac{v^2}{r}$

在匀强加速电场中由动能定理有

$U_0 q = \frac{1}{2}mv^2$

联立解得 $U_0 = \frac{qB^2L^2}{8m}$

（2）根据题意，当轨迹半径最小时，粒子速度最小，则作出粒子以最小的速度从小孔 K 射出的运动轨迹如图所示。



根据几何关系可知粒子在磁场中做圆周运动的轨迹半径为

$r' = x_{NK}\cos 60° = \frac{L}{4}$

在 $\triangle OMN$ 区域根据洛伦兹力提供向心力有

$qv'B = m\frac{v'^2}{r'}$

粒子从小孔 K 射出后恰好做匀速直线运动，由左手定则可知粒子经过小孔 K 后受到的洛伦兹力沿 x 轴负方向，则粒子经过小孔 K 后受到的电场力沿 x 轴正方向，又粒子带正电，则 $\triangle OMN$ 之外第一象限区域电场强度的方向沿 x 轴正方向，大小满足

$qv'B = Eq$

联立可得 $E=\frac{qB^2L}{4m}$

（3）在匀强加速电场中由动能定理有

$Uq=\frac{1}{2}mv''^2$

可得 $v''=\frac{\sqrt{3}qBL}{6m}$

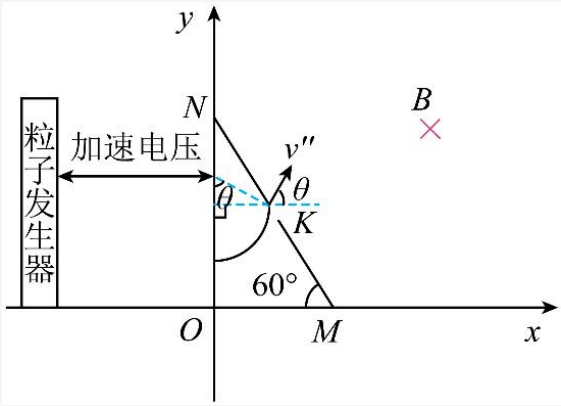
在 $\triangle OMN$ 区域根据洛伦兹力提供向心力有

$qv''B=m\frac{v''^2}{r''}$

可得粒子在 $\triangle OMN$ 区域运动的轨迹半径

$r''=\frac{\sqrt{3}}{6}L$

作出从小孔 K 射出的粒子的运动轨迹如图所示。



粒子从 K 射出时，v'' 越偏向 y 轴，离 y 轴越近，由几何关系有

$\sin\theta=\frac{\frac{L}{4}}{r''}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

则有 $\theta=60°$

由配速法将运动分解为 y 轴方向的匀速直线运动和沿 x 方向的匀速圆周运动，其中

$v_y''=v''\sin\theta=\frac{qBL}{4m}$

$v_x''=v''\cos\theta=\frac{qBL}{4\sqrt{3}m}$

匀速圆周运动的半径为

$r_y=\frac{mv_x''}{qB}=\frac{\sqrt{3}}{12}L$

匀速圆周运动的周期为

$T=\frac{2\pi m}{qB}$

当粒子转过 $\frac{3}{4}+n$ 个圆周（$n=0,1,2,\cdots$）时离 y 轴最近，此时经过的时间为

$t=\left(\frac{3}{4}+n\right)T=\frac{3\pi m}{2qB}+\frac{2\pi m}{qB}n$

此时的横坐标为

$x=\frac{L}{2}\sin 30^\circ-r_y=\frac{(3-\sqrt{3})L}{12}$

纵坐标为

$y=\frac{L}{2}\cos 30^\circ+v_y''t+r_y=\frac{(9\pi+12\pi n+8\sqrt{3})L}{24}$

所以粒子在运动过程中距离 y 轴最近位置的坐标为

$\left(\frac{(3-\sqrt{3})L}{12},\frac{(9\pi+12\pi n+8\sqrt{3})L}{24}\right)$（$n=0,1,2,\cdots$）。