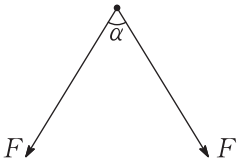
2023 年重庆

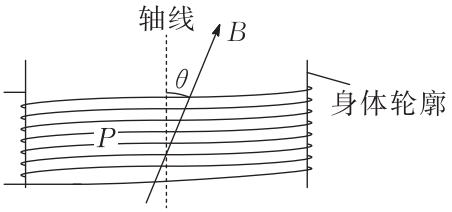
1. 矫正牙齿时，可用牵引线对牙施加力的作用。若某颗牙齿受到牵引线的两个作用力大小均为 F，夹角为 α（如图），则该牙所受两牵引力的合力大小为 (B)



A. $2F\sin\frac{\alpha}{2}$　　B. $2F\cos\frac{\alpha}{2}$　　C. $F\sin\alpha$　　D. $F\cos\alpha$

> 根据平行四边形定则可知，该牙所受两牵引力的合力大小为 $F_{合}=2F\cos\frac{\alpha}{2}$
>
> 故选 B。

2. 某小组设计了一种呼吸监测方案：在人身上缠绕弹性金属线圈，观察人呼吸时处于匀强磁场中的线圈面积变化产生的电压，了解人的呼吸状况。如图所示，线圈 P 的匝数为 N，磁场的磁感应强度大小为 B，方向与线圈轴线的夹角为 θ。若某次吸气时，在 t 时间内每匝线圈面积增加了 S，则线圈 P 在该时间内的平均感应电动势为 (A)



A. $\frac{NBS\cos\theta}{t}$　　B. $\frac{NBS\sin\theta}{t}$　　C. $\frac{BS\sin\theta}{t}$　　D. $\frac{BS\cos\theta}{t}$

> 根据法拉第电磁感应定律有 $\overline{E}=N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=NB\cos\theta\frac{S}{t}=\frac{NBS\cos\theta}{t}$
>
> 故选 A。

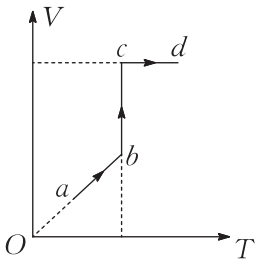
3. 真空中固定有两个点电荷，负电荷 Q_1 位于坐标原点处，正电荷 Q_2 位于 x 轴上，Q_2 的电荷量大小为 Q_1 的 8 倍。若这两点电荷在 x 轴正半轴的 $x=x_0$ 处产生的合电场强度为 0，则 Q_1、Q_2 相距 (B)

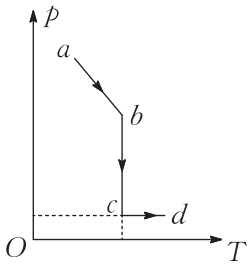
A. $\sqrt{2}x_0$　　B. $(2\sqrt{2}-1)x_0$　　C. $2\sqrt{2}x_0$　　D. $(2\sqrt{2}+1)x_0$

> 依题意，两点电荷电性相反，且 Q_2 的电荷量较大，所以合场强为 0 的位置应该在 x 轴的负半轴，设两点电荷相距 L，根据点电荷场强公式可得 $\frac{kQ_1}{x_0^2}=\frac{kQ_2}{(x_0+L)^2}$
>
> 又 $Q_2=8Q_1$
>
> 解得 $L=(2\sqrt{2}-1)x_0$

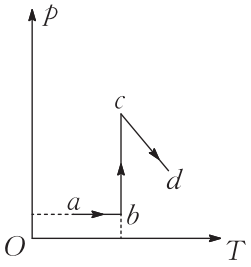
故选 B。

4. 密封于气缸中的理想气体，从状态 a 依次经过 ab、bc 和 cd 三个热力学过程达到状态 d。若该气体的体积 V 随热力学温度 T 变化的 $V-T$ 图像如图所示，则对应的气体压强 p 随 T 变化的 $p-T$ 图像正确的是 (C)

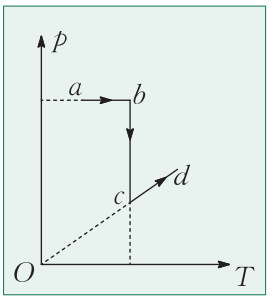




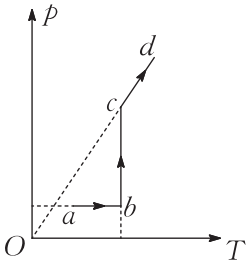
A.



B.



C.



D.

由 $V-T$ 图像可知，理想气体 ab 过程做等压变化，bc 过程做等温变化，cd 过程做等容变化。根据理想气体状态方程，有 $\frac{pV}{T}=C$

可知 bc 过程理想气体的体积增大，则压强减小。

故选 C。

5. 某实验小组利用双缝干涉实验装置分别观察 a、b 两单色光的干涉条纹，发现在相同的条件下光屏上 a 光相邻两亮条纹的间距比 b 光的小。他们又将 a、b 光以相同的入射角由水斜射入空气，发现 a 光的折射角比 b 光的大，则 (D)

A. 在空气中传播时，a 光的波长比 b 光的大

B. 在水中传播时，a 光的速度比 b 光的大

C. 在水中传播时，a 光的频率比 b 光的小

D. 由水射向空气时，a 光的全反射临界角比 b 光的小

A．根据相邻两条亮条纹的间距计算公式 $\Delta x=\frac{L}{d}\lambda$

由此可知 $\lambda_a<\lambda_b$

故 A 错误；

B．根据折射定律 $n=\frac{\sin i}{\sin r}$

a、b 光以相同的入射角由水斜射入空气，a 光的折射角比 b 光的大，则 $n_a > n_b$

根据光在介质中的传播速度与折射率的关系 $n = \frac{c}{v}$

可得在水中传播时，a 光的速度比 b 光的小，故 B 错误；

C．在水中传播时，a 光的折射率比 b 光的大，所以 a 光的频率比 b 光的大，故 C 错误；

D．根据临界角与折射率的关系 $n = \frac{1}{\sin C}$

可得在水中传播时，a 光的折射率比 b 光的大，a 光的全反射临界角比 b 光的小，故 D 正确。

故选 D。

6. 原子核 ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ 可以经过多次 α 和 β 衰变成为稳定的原子核 ${}^{207}_{82}\mathrm{Pb}$，在该过程中，可能发生的 β 衰变是 (A)

A. ${}^{223}_{87}\mathrm{Fr} \longrightarrow {}^{223}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

B. ${}^{213}_{84}\mathrm{Bi} \longrightarrow {}^{213}_{83}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

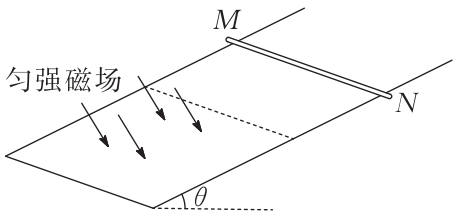
C. ${}^{225}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{225}_{89}\mathrm{Ac} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

D. ${}^{218}_{84}\mathrm{Po} \longrightarrow {}^{218}_{85}\mathrm{At} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

原子核 ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ 衰变成为稳定的原子核 ${}^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ 质量数减小了 28，则经过了 7 次 α 衰变，中间生成的新核的质量数可能为 231，227，223，219，215，211，则发生 β 衰变的原子核的质量数为上述各数，则 BCD 都不可能，根据核反应的质量数和电荷数守恒可知，选项 A 反应正确。

故选 A。

7. 如图所示，与水平面夹角为 θ 的绝缘斜面上固定有光滑 U 型金属导轨。质量为 m、电阻不可忽略的导体杆 MN 沿导轨向下运动，以大小为 v 的速度进入方向垂直于导轨平面向下的匀强磁场区域，在磁场中运动一段时间 t 后，速度大小变为 $2v$。运动过程中杆与导轨垂直并接触良好，导轨的电阻忽略不计，重力加速度为 g。杆在磁场中运动的此段时间内 (D)



A. 流过杆的感应电流方向从 N 到 M

B. 杆沿轨道下滑的距离为 $\frac{3}{2}vt$

C. 流过杆感应电流的平均电功率等于重力的平均功率

D. 杆所受安培力的冲量大小为 $mgt\sin\theta - mv$

A．根据右手定则，判断知流过杆的感应电流方向从 M 到 N，故 A 错误；

B．依题意，设杆切割磁感线的有效长度为 L，电阻为 R。杆在磁场中运动的此段时间内，杆受到重力、轨道支持力及沿轨道向上的安培力作用，根据牛顿第二定律可得 $mg\sin\theta - F_{安} = ma$

$F_{安} = BIL$

$I = \frac{BLv}{R}$

联立可得杆的加速度 $a = g\sin\theta - \frac{B^2L^2v}{R}$

可知，杆在磁场中运动的此段时间内做加速度逐渐减小的加速运动；若杆做匀加速直线运动，则杆运动的距离为 $s = \frac{v+2v}{2}\cdot t = \frac{3}{2}vt$

根据 $v-t$ 图像围成的面积表示位移，可知杆在时间 t 内速度由 v 达到 $2v$，杆真实运动的距离大于匀加速情况发生的距离，即大于 $\frac{3}{2}vt$，故 B 错误；

C．由于在磁场中运动的此段时间内，杆做加速度逐渐减小的加速运动，杆的动能增大。由动能定理可知，重力对杆所做的功大于杆克服安培力所做的功，根据 $\overline{P} = \frac{W}{t}$ 可得安培力的平均功率小于重力的平均功率，也即流过杆感应电流的平均电功率小于重力的平均功率，故 C 错误；

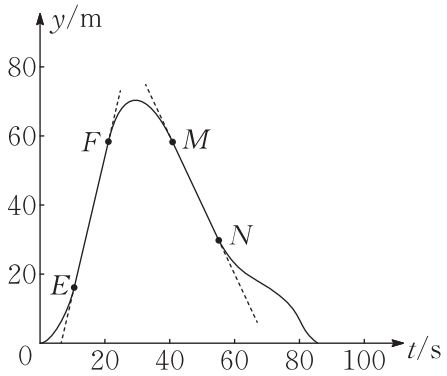
D．杆在磁场中运动的此段时间内，根据动量定理，可得 $mgt\sin\theta - I_{安} = m\cdot 2v - mv$

得杆所受安培力的冲量大小为 $I_{安} = mgt\sin\theta - mv$

故 D 正确。

故选 D。

8. 某实验小组测得在竖直方向飞行的无人机飞行高度 y 随时间 t 的变化曲线如图所示，E、F、M、N 为曲线上的点，EF、MN 段可视为两段直线，其方程分别为 $y = 4t - 26$ 和 $y = -2t + 140$。无人机及其载物的总质量为 2 kg，取竖直向上为正方向。则 (AB)



A. EF 段无人机的速度大小为 4 m/s

B. FM 段无人机的装载物处于失重状态

C. FM 段无人机和装载物总动量变化量大小为 $4\,\mathrm{kg\cdot m/s}$

D. MN 段无人机机械能守恒

A．根据 EF 段方程 $y=4t-26$

可知 EF 段无人机的速度大小为 $v=\frac{\Delta y}{\Delta t}=4\,\mathrm{m/s}$

故 A 正确；

B．根据 $y-t$ 图像的切线斜率表示无人机的速度，可知 FM 段无人机先向上做减速运动，后向下做加速运动，加速度方向一直向下，则无人机的装载物处于失重状态，故 B 正确；

C．根据 MN 段方程 $y=-2t+140$

可知 MN 段无人机的速度为 $v'=\frac{\Delta y'}{\Delta t'}=-2\,\mathrm{m/s}$

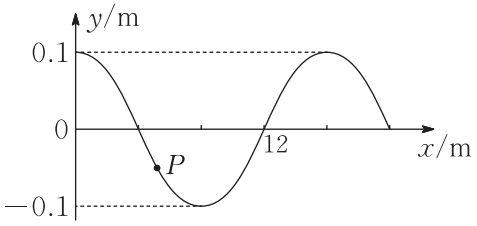
则有 $\Delta p=mv'-mv=2\times(-2)\,\mathrm{kg\cdot m/s}-2\times4\,\mathrm{kg\cdot m/s}=-12\,\mathrm{kg\cdot m/s}$

可知 FM 段无人机和装载物总动量变化量大小为 $12\,\mathrm{kg\cdot m/s}$，故 C 错误；

D．MN 段无人机向下做匀速直线运动，动能不变，重力势能减少，无人机的机械能不守恒，故 D 错误。

故选 AB。

9. 一列简谐横波在介质中沿 x 轴传播，波速为 $2\,\mathrm{m/s}$，$t=0$ 时的波形图如图所示，P 为该介质中的一质点。则 (BD)



A. 该波的波长为 $14\,\mathrm{m}$

B. 该波的周期为 $8\,\mathrm{s}$

C. $t=0$ 时质点 P 的加速度方向沿 y 轴负方向

D. $0\sim2\,\mathrm{s}$ 内质点 P 运动的路程有可能小于 $0.1\,\mathrm{m}$

A．由图可知 $\frac{3}{4}\lambda=12\,\mathrm{m}$

解得 $\lambda=16\,\mathrm{m}$

A 错误；

B．由 $v=\frac{\lambda}{T}$

得 $T=\frac{\lambda}{v}=\frac{16}{2}\,\mathrm{s}=8\,\mathrm{s}$

B 正确；

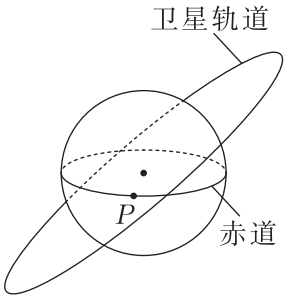
C．简谐运动的加速度总指向平衡位置，P 点位于 y 轴负半轴，加速度方向沿 y 轴正方向，C 错误；

D．P 点位于 y 轴的负半轴，经过 $2\,\mathrm{s}=\frac{T}{4}$

若波向 x 轴负方向传播，P 向远离平衡位置方向振动，在 $0\sim2\,\mathrm{s}$ 内质点 P 运动的路程有可能小于 $0.1\,\mathrm{m}$，D 正确。

故选 BD。

10. 某卫星绕地心的运动视为匀速圆周运动，其周期为地球自转周期 T 的 $\frac{3}{10}$，运行的轨道与地球赤道不共面（如图）。t_0 时刻，卫星恰好经过地球赤道上 P 点正上方。地球的质量为 M，半径为 R，引力常量为 G。则 (BCD)



A. 卫星距地面的高度为 $\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}-R$

B. 卫星与位于 P 点处物体的向心加速度大小比值为 $\frac{5}{9\pi R}\sqrt[3]{180\pi GMT^2}$

C. 从 t_0 时刻到下一次卫星经过 P 点正上方时，卫星绕地心转过的角度为 20π

D. 每次经最短时间实现卫星距 P 点最近到最远的行程，卫星绕地心转过的角度比地球的多 7π

A．由题意，知卫星绕地球运转的周期为 $T'=\frac{3}{10}T$

设卫星的质量为 m，卫星距地面的高度为 h，有 $G\frac{Mm}{(R+h)^2}=m(R+h)(\frac{2\pi}{T'})^2$

联立，可求得 $h=(\frac{9GMT^2}{400\pi^2})^{\frac{1}{3}}-R$

故 A 错误；

B．卫星的向心加速度大小 $a_1=(R+h)\omega'^2=(R+h)(\frac{2\pi}{T'})^2$

位于 P 点处物体的向心加速度大小 $a_2=R\omega^2=R(\frac{2\pi}{T})^2$

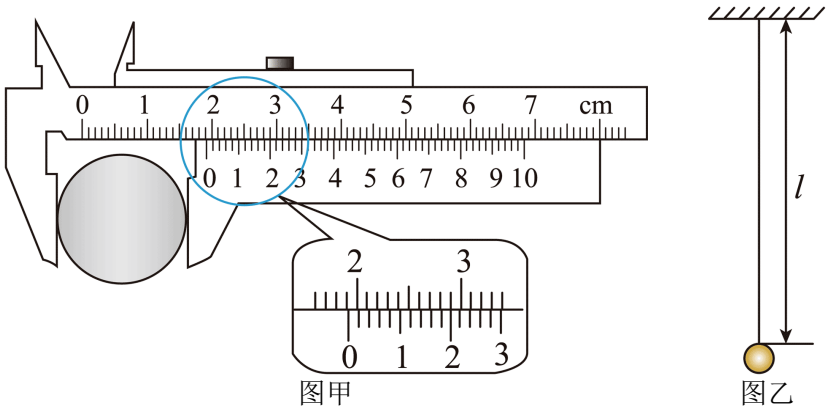
可得 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{R+h}{R}(\frac{T}{T'})^2=\frac{5}{9\pi R}(180\pi GMT^2)^{\frac{1}{3}}$

故 B 正确；

CD．要想卫星再次在 P 点的正上方，则只能是题中两个轨道的交点，因此要实现出现在正上方，第一种情形是经过一段时间都回到了当前点，即各自转动整数圈，最小公倍数为 3，此时卫星转动 10 圈，即转动角度为 20π，第二种情形是都转动整数圈加半圈，此时最小公倍数为 1.5，卫星转动五圈，此时相距最远，转动角度相差 7π，故 CD 正确。

故选 BCD。

11. 某实验小组用单摆测量重力加速度。所用实验器材有摆球、长度可调的轻质摆线、刻度尺、50 分度的游标卡尺、摄像装置等。

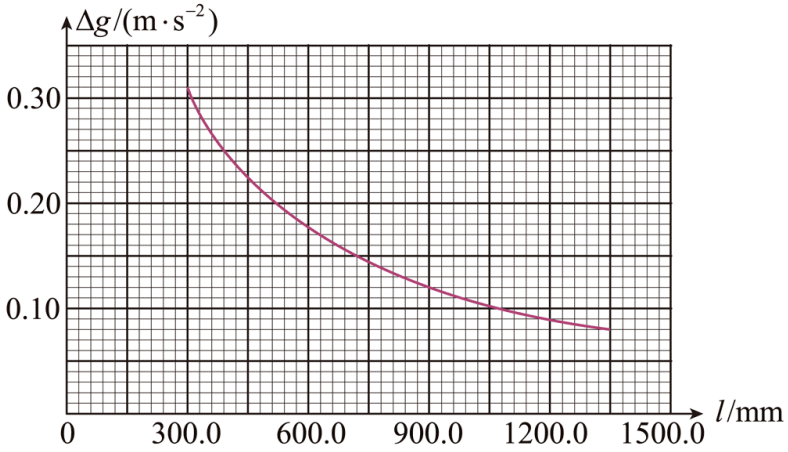


图甲　　图乙

(1) 用游标卡尺测量摆球直径 d。当量爪并拢时，游标尺和主尺的零刻度线对齐。放置摆球后游标卡尺示数如图 甲 所示，则摆球的直径 d 为 19.20 mm。

(2) 用摆线和摆球组成单摆，如图 乙 所示。当摆线长度 $l = 990.1\,\mathrm{mm}$ 时，记录并分析单摆的振动视频，得到单摆的振动周期 $T = 2.00\,\mathrm{s}$，由此算得重力加速度 g 为 9.86 $\mathrm{m/s^2}$（保留 3 位有效数字）。

(3) 改变摆线长度 l，记录并分析单摆的振动视频，得到相应的振动周期。他们发现，分别用 l 和 $l + \frac{d}{2}$ 作为摆长，这两种计算方法得到的重力加速度数值的差异大小 Δg 随摆线长度 l 的变化曲线如图所示。由图可知，该实验中，随着摆线长度 l 的增加，Δg 的变化特点是逐渐减小，原因是随着摆线长度 l 的增加，则 $l + \frac{d}{2}$ 越接近于 l，此时计算得到的 g 的差值越小。



(1) 19.20 (2) 9.86 (3) 随着摆线长度 l 的增加，Δg 逐渐减小；原因是随着摆线长度 l 的增加，则 $l+\frac{d}{2}$ 越接近于 l，此时计算得到的 g 的差值越小

（1）用游标卡尺测量摆球直径 $d=19\,\mathrm{mm}+0.02\,\mathrm{mm}\times 10=19.20\,\mathrm{mm}$

（2）单摆的摆长为 $L=990.1\,\mathrm{mm}+\frac{1}{2}\times 19.20\,\mathrm{mm}=999.7\,\mathrm{mm}$

根据 $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$，可得 $g=\frac{4\pi^2L}{T^2}$，带入数据 $g=\frac{4\times 3.14^2\times 0.9997}{2^2}\,\mathrm{m/s^2}=9.86\,\mathrm{m/s^2}$

（3）由图可知，随着摆线长度 l 的增加，Δg 逐渐减小，原因是随着摆线长度 l 的增加，则 $l+\frac{d}{2}$ 越接近于 l，此时计算得到的 g 的差值越小。

12. 一兴趣小组拟研究某变压器的输入和输出电压之比，以及交流电频率对输出电压的影响。题图 1 为实验电路图，其中 $\mathrm{L_1}$ 和 $\mathrm{L_2}$ 为变压器的原、副线圈，$\mathrm{S_1}$ 和 $\mathrm{S_2}$ 为开关，P 为滑动变阻器 R_P 的滑片，R 为电阻箱，E 为正弦式交流电源（能输出电压峰值不变、频率可调的交流电）。

(1) 闭合 $\mathrm{S_1}$，用多用电表交流电压挡测量线圈 $\mathrm{L_1}$ 两端的电压。滑片 P 向右滑动后，与滑动前相比，电表的示数变大（选填“变大”、“不变”或“变小”）。

(2) 保持 $\mathrm{S_2}$ 断开状态，调整 E 输出的交流电频率为 50 Hz，滑动滑片 P，用多用电表交流电压挡测得线圈 $\mathrm{L_1}$ 两端的电压为 2 500 mV 时，用示波器测得线圈 $\mathrm{L_2}$ 两端电压 u 随时间 t 的变化曲线如图所示，则线圈 $\mathrm{L_1}$ 两端与 $\mathrm{L_2}$ 两端的电压比值为 12.6（保留 3 位有效数字）。

(3) 闭合 $\mathrm{S_2}$，滑动 P 到某一位置并保持不变。分别在 E 输出的交流电频率为 50 Hz、1 000 Hz 的条件下，改变 R 的阻值，用多用电表交流电压挡测量线圈 $\mathrm{L_2}$ 两端的电压 U，得到 $U-R$ 关系曲线如图 3 所示。用一个阻值恒为 20 Ω 的负载 R_0 替换电阻箱 R，由图可知，当频率为 1 000 Hz 时，R_0 两端的电压为 280 mV；当频率为 50 Hz 时，为保持 R_0 两端的电压不变，需要将 R_0 与一个阻值为 12.0 Ω 的电阻串联。（均保留 3 位有效数字）

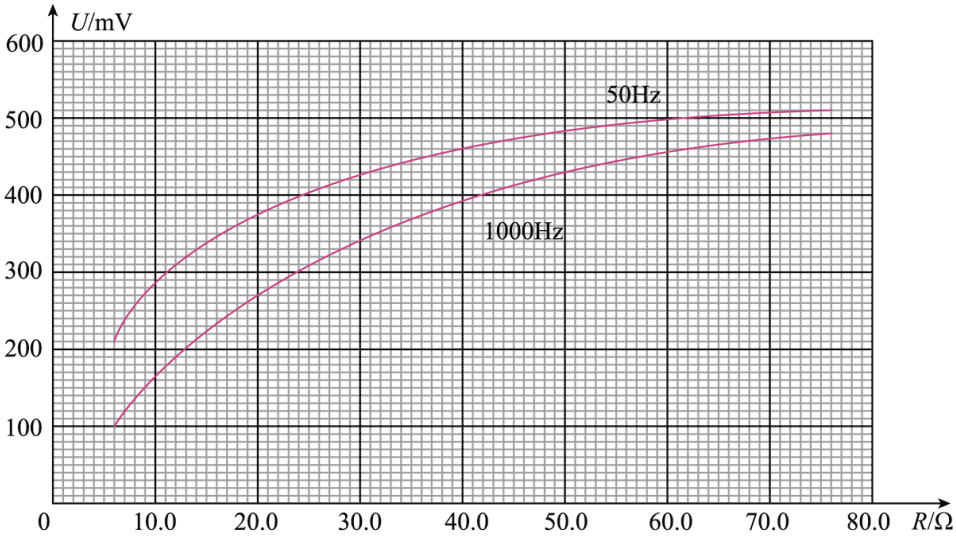


图 3

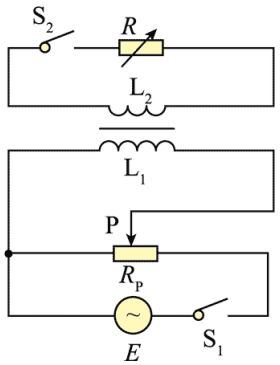


图 1

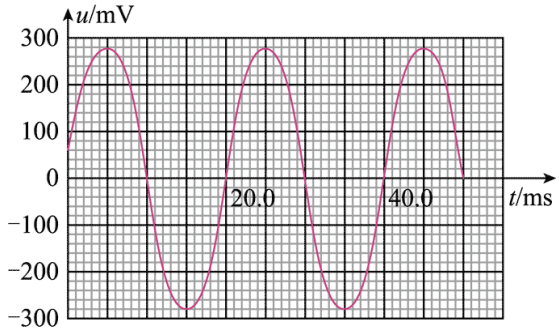


图 2

(1) 变大　(2) 12.6　(3) 280，12.0

（1）闭合 S_1，滑动变阻器 R_p 是分压接法，滑片 P 向右滑动后，用多用电表交流电压挡测量线圈 L_1 两端的电压。线圈 L_1 两端的电压增大，因此与滑动前相比，电表的示数变大。

（2）保持 S_2 断开状态，调整 E 输出的交流电频率为 50 Hz，多用电表交流电压挡测得线圈 L_1 两端的电压为 $U_1 = 2500\,\text{mV}$。线圈 L_2 两端电压 u 随时间 t 的变化曲线如图所示，由 $u-t$ 图像可得，线圈 L_2 两端电压为 $U_2 = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{280}{\sqrt{2}}\,\text{mV}$

则线圈 L_1 两端与 L_2 两端的电压比值为 $\frac{U_1}{U_2} = \frac{2500}{\frac{280}{\sqrt{2}}} = 12.6$

（3）闭合 S_2，滑动 P 到某一位置并保持不变。由 $U-R$ 关系曲线可得，当频率为 1000 Hz 时，20 Ω 的负载 R_0 两端电压约为 280 mV。

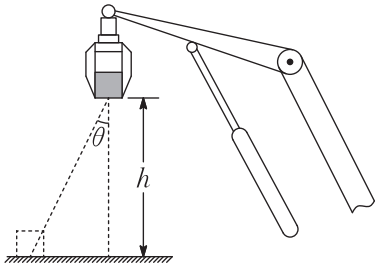
当频率为 50 Hz 时，若保持 R_0 两端电压不变，则通过 R_0 的电流不变，过 $(0,0)$ 和 $(20.0, 280)$ 两点作直线，由图可知，该图线与 50 Hz 时的 $U-R$ 图像交点的横坐标为 32.0 Ω，为 R_0 与串联电阻的总阻值，则串联电阻的阻值为 12.0 Ω。

13. 机械臂广泛应用于机械装配。若某质量为 m 的工件（视为质点）被机械臂抓取后，在

竖直平面内由静止开始斜向上做加速度大小为 a 的匀加速直线运动，运动方向与竖直方向夹角为 θ，提升高度为 h，如图所示。求：

(1) 提升高度为 h 时，工件的速度大小；

(2) 在此过程中，工件运动的时间及合力对工件做的功。



(1) $\sqrt{\frac{2ah}{\cos\theta}}$ (2) $\sqrt{\frac{2h}{a\cos\theta}}$，$\frac{mah}{\cos\theta}$

（1）根据匀变速直线运动位移与速度关系有 $v_0^2=2a\frac{h}{\cos\theta}$

解得 $v_0=\sqrt{\frac{2ah}{\cos\theta}}$

（2）根据速度公式有 $v_0=at$

解得 $t=\sqrt{\frac{2h}{a\cos\theta}}$

根据动能定理有 $W_{合}=\frac{1}{2}mv_0^2$

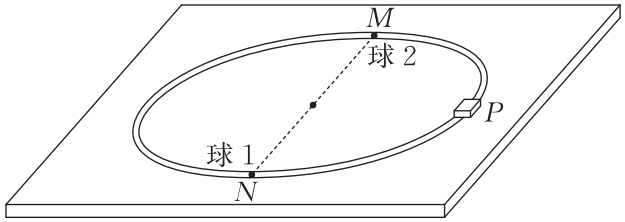
解得 $W_{合}=\frac{mah}{\cos\theta}$

14. 如图所示，桌面上固定有一半径为 R 的水平光滑圆轨道，M、N 为轨道上的两点，且位于同一直径上，P 为 MN 段的中点。在 P 点处有一加速器（大小可忽略），小球每次经过 P 点后，其速度大小都增加 v_0。质量为 m 的小球 1 从 N 处以初速度 v_0 沿轨道逆时针运动，与静止在 M 处的小球 2 发生第一次弹性碰撞，碰后瞬间两球速度大小相等。忽略每次碰撞时间。求：

(1) 球 1 第一次经过 P 点后瞬间向心力的大小；

(2) 球 2 的质量；

(3) 两球从第一次碰撞到第二次碰撞所用时间。



(1) $\frac{4mv_0^2}{R}$　(2) $3m$　(3) $\frac{5\pi R}{6v_0}$

（1）球 1 第一次经过 P 点后瞬间速度变为 $2v_0$，所以 $F_n = m\frac{(2v_0)^2}{R} = 4m\frac{v_0^2}{R}$

（2）球 1 与球 2 发生弹性碰撞，且碰后速度大小相等，说明球 1 碰后反弹，则 $m\cdot 2v_0 = -mv + m'v$

$\frac{1}{2}m(2v_0)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m'v^2$

联立解得 $v = v_0$，$m' = 3m$

（3）设两球从第一次碰撞到第二次碰撞所用时间为 Δt，则 $t_1 = \frac{\pi R}{2v_0}$

$v_0 t_2 + 2v_0 t_2 = \pi R$

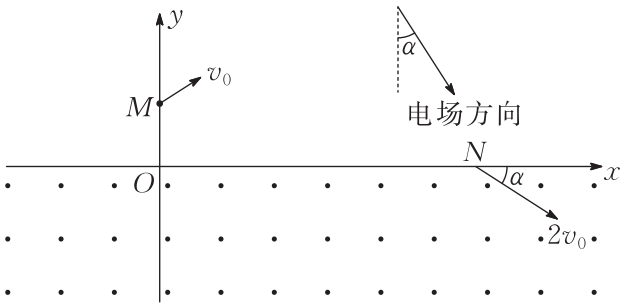
所以 $\Delta t = t_1 + t_2 = \frac{5\pi R}{6v_0}$

15. 某同学设计了一种粒子加速器的理想模型。如图所示，xOy 平面内，x 轴下方充满垂直于纸面向外的匀强磁场，x 轴上方被某边界分割成两部分，一部分充满匀强电场（电场强度与 y 轴负方向成 α 角），另一部分无电场，该边界与 y 轴交于 M 点，与 x 轴交于 N 点。只有经电场到达 N 点、与 x 轴正方向成 α 角斜向下运动的带电粒子才能进入磁场。从 M 点向电场内发射一个比荷为 $\frac{q}{m}$ 的带电粒子 A，其速度大小为 v_0、方向与电场方向垂直，仅在电场中运动时间 T 后进入磁场，且通过 N 点的速度大小为 $2v_0$。忽略边界效应，不计粒子重力。

(1) 求角度 α 及 M、N 两点的电势差。

(2) 在该边界上任意位置沿与电场垂直方向直接射入电场内的、比荷为 $\frac{q}{m}$ 的带电粒子，只要速度大小适当，就能通过 N 点进入磁场，求 N 点横坐标及此边界方程。

(3) 若粒子 A 第一次在磁场中运动时磁感应强度大小为 B_1，以后每次在磁场中运动时磁感应强度大小为上一次的一半，则粒子 A 从 M 点发射后，每次加速均能通过 N 点进入磁场。求磁感应强度大小 B_1 及粒子 A 从发射到第 n 次通过 N 点的时间。



(1) $30°$，$\frac{3mv_0^2}{2q}$　(2) $\frac{3\sqrt{3}v_0T}{4}$，$y = \frac{v_0T}{4} - \frac{\sqrt{3}}{9}x$　(3) $B_1 = \frac{\sqrt{3}m}{6qT}$，$t = (3 + \frac{10\sqrt{3}\pi}{3})2^{n-1}T + (2 + \frac{10\sqrt{3}\pi}{3})T$

（1）粒子 M 点垂直于电场方向入射，粒子在电场中做类平抛运动，沿电场方向做匀加速直线运动，垂直于电场方向做匀速直线运动，在 N 点将速度沿电场方向与垂直于电场方向分解，在垂直于电场方向上有 $2v_0\cos 2\alpha = v_0$

解得 $\alpha = 30°$

粒子从 $M \to N$ 过程，根据动能定理有 $qU_{MN} = \frac{1}{2}m(2v_0)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

解得 $U_{MN} = \frac{3mv_0^2}{2q}$

（2）对于从 M 点射入的粒子，沿初速度方向的位移为 $x_0 = v_0T$

沿电场方向的位移为 $y_0 = \frac{2v_0\sin 2\alpha}{2}T$

令 N 点横坐标为 x_N，根据几何关系有 $x_N = x_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha$

解得 $x_N = \frac{3\sqrt{3}v_0T}{4}$

根据上述与题意可知，令粒子入射速度为 v，则通过 N 点进入磁场的速度为 $2v$，令边界上点的坐标为 (x, y)，则在沿初速度方向上有 $(x_N - x - y\tan\alpha)\cos\alpha = vt$

在沿电场方向有 $\frac{y}{\cos\alpha} + (x_N - x - y\tan\alpha)\sin\alpha = \frac{2v\sin 2\alpha}{2}t$

解得 $y = \frac{v_0T}{4} - \frac{\sqrt{3}}{9}x$

（3）由上述结果可知电场强度 $E = \frac{U_{MN}}{y_0}$

解得 $E = \frac{\sqrt{3}mv_0}{qT}$

设粒子 A 第 n 次在磁场中做圆周运动的线速度为 v_n，可得第 $n+1$ 次在 N 点进入磁场的速度为 $v_{n+1} = \frac{v_n}{\cos 2\alpha} = 2v_n$

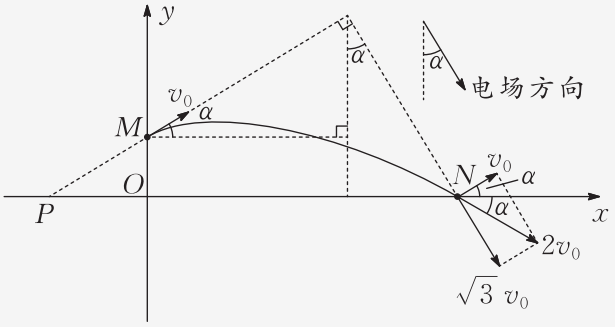
第一次在 N 点进入磁场的速度大小为 $2v_0$，可得 $v_n = 2^nv_0, (n = 1, 2, 3\cdots)$

设粒子 A 第 n 次在磁场中运动时的磁感应强度为 B_n，由题意可得 $B_n = \frac{B_1}{2^{n-1}}, (n = 1, 2, 3\cdots)$

由洛伦兹力提供向心力得 $qv_nB_n = m\frac{v_n^2}{r_n}$

联立解得 $r_n = \frac{4^nmv_0}{2qB_1}$

粒子 A 第 n 次在磁场中的运动轨迹如图所示



粒子每次在磁场中运动轨迹的圆心角均为 300°，第 n 次离开磁场的位置 C 与 N 的距离等于 r_n，由 C 到 N 由动能定理得 $qEr_n\sin 30^\circ=\frac{1}{2}mv_{n+1}^2-\frac{1}{2}mv_n^2$

联立上式解得 $B_1=\frac{\sqrt{3}m}{6qT}$

由类平抛运动沿电场方向的运动可得，粒子 A 第 n 次在电场中运动的时间为 $t_{1n}=\frac{2^n v_0\sin 60^\circ}{\frac{qE}{m}}=2^{n-1}T$

粒子 A 第 n 次在磁场中运动的周期为 $T'=\frac{2\pi r_n}{v_n}=2^{n+1}\sqrt{3}\pi T$

粒子 A 第 n 次在磁场中运动的时间为 $t_{2n}=\frac{300^\circ}{360^\circ}T'=\frac{5}{6}\cdot 2^{n+1}\sqrt{3}\pi T$

设粒子 A 第 n 次在电场边界 MN 与 x 轴之间的无场区域的位移为 x_n，边界与 x 轴负方向的夹角为 β，则根据边界方程可得 $\tan\beta=\frac{\sqrt{3}}{9}$，$\sin\beta=\frac{1}{2\sqrt{7}}$

由正弦定理可得 $\frac{x_n}{\sin\beta}=\frac{r_n}{\sin(180^\circ-30^\circ-\beta)}$

解得 $x_n=\frac{4^n v_0 T}{2}$

粒子 A 第 n 次在电场边界 MN 与 x 轴之间运动的时间为 $t_{3n}=\frac{x_n}{v_n}=2^{n-1}T$

粒子 A 从发射到第 n 次通过 N 点的过程，在电场中运动 n 次，在磁场和无场区域中均运动 $n-1$ 次，则所求时间 $t=(2^0+2^1+\cdots+2^{n-1})T+\frac{5}{6}\cdot\sqrt{3}\pi T(2^2+2^3+\cdots+2^n)+(2^0+2^1+\cdots+2^{n-2})T$

由等比数列求和得 $t=(2^n-1)T+\frac{5}{6}\cdot\sqrt{3}\pi T[4(2^{n-1}-1)]+(2^{n-1}-1)T$

解得 $t=(3+\frac{10\sqrt{3}\pi}{3})2^{n-1}T+(2+\frac{10\sqrt{3}\pi}{3})T$

永动机模型错误！

（说明：本题模型使粒子每经一次循环能量增加，构成永动机模型，物理上不能实现；以上为原卷参考答案。）