2021 年山东

1. 在测定年代较近的湖泊沉积物形成年份时，常利用沉积物中半衰期较短的 $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$，其衰变方程为 $^{210}_{82}\mathrm{Pb} \longrightarrow {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} + \mathrm{X}$。以下说法正确的是 (A)

   A. 衰变方程中的 X 是电子

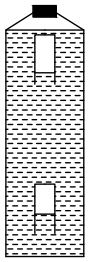
   B. 升高温度可以加快 $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ 的衰变

   C. $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ 与 $^{210}_{83}\mathrm{Bi}$ 的质量差等于衰变的质量亏损

   D. 方程中的 X 来自于 $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ 内质子向中子的转化

   > A．根据质量数守恒和电荷数守恒可知，X 是电子，A 正确；
   >
   > B．半衰期非常稳定，不受温度、压强以及该物质是单质还是化合物的影响，B 错误；
   >
   > C．$^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ 与 $^{210}_{83}\mathrm{Bi}$ 和电子 X 的质量差等于衰变的质量亏损，C 错误；
   >
   > D．方程中的 X 来自于 $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ 内中子向质子的转化，D 错误。
   >
   > 故选 A。

2. 如图所示，密封的矿泉水瓶中，距瓶口越近水的温度越高。一开口向下、导热良好的小瓶置于矿泉水瓶中，小瓶中封闭一段空气。挤压矿泉水瓶，小瓶下沉到底部；松开后，小瓶缓慢上浮，上浮过程中，小瓶内气体 (B)

   A. 内能减少

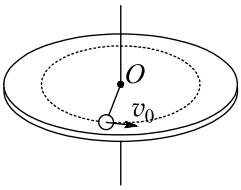
   B. 对外界做正功

   C. 增加的内能大于吸收的热量

   D. 增加的内能等于吸收的热量

   > A．由于越接近矿泉水瓶口，水的温度越高，因此小瓶上浮的过程中，小瓶内温度升高，内能增加，A 错误；
   >
   > B．在小瓶上升的过程中，小瓶内气体的温度逐渐升高，压强逐渐减小，根据理想气体状态方程 $\frac{pV}{T} = C$，气体体积膨胀，对外界做正功，B 正确；
   >
   > CD．由 AB 分析，小瓶上升时，小瓶内气体内能增加，气体对外做功，根据热力学第一定律 $\Delta U = W + Q$，由于气体对外做功，因此吸收的热量大于增加的内能，CD 错误。
   >
   > 故选 B。

3. 如图所示，粗糙程度处处相同的水平桌面上有一长为 L 的轻质细杆，一端可绕竖直光滑轴 O 转动，另一端与质量为 m 的小木块相连。木块以水平初速度 v_0 出发，恰好能完成一个完整的圆周运动。在运动过程中，木块所受摩擦力的大小为 (B)



A. $\frac{mv_0^2}{2\pi L}$　　B. $\frac{mv_0^2}{4\pi L}$　　C. $\frac{mv_0^2}{8\pi L}$　　D. $\frac{mv_0^2}{16\pi L}$

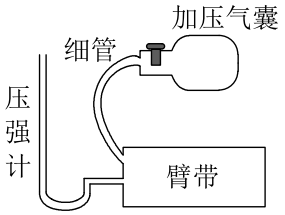
在运动过程中，只有摩擦力做功，而摩擦力做功与路径有关，根据动能定理

$-f\cdot 2\pi L=0-\frac{1}{2}mv_0^2$

可得摩擦力的大小：$f=\frac{mv_0^2}{4\pi L}$

故选 B。

4. 血压仪由加压气囊、臂带、压强计等构成，如图所示。加压气囊可将外界空气充入臂带，压强计示数为臂带内气体的压强高于大气压强的数值，充气前臂带内气体压强为大气压强，体积为 V；每次挤压气囊都能将 $60\,\mathrm{cm}^3$ 的外界空气充入臂带中，经 5 次充气后，臂带内气体体积变为 $5V$，压强计示数为 $150\,\mathrm{mmHg}$。已知大气压强等于 $750\,\mathrm{mmHg}$，气体温度不变。忽略细管和压强计内的气体体积。则 V 等于 (D)



A. $30\,\mathrm{cm}^3$　　B. $40\,\mathrm{cm}^3$　　C. $50\,\mathrm{cm}^3$　　D. $60\,\mathrm{cm}^3$

根据玻意耳定律可知

$p_0V+5p_0V_0=p_1\times 5V$

已知 $p_0=750\,\mathrm{mmHg}$，$V_0=60\,\mathrm{cm}^3$，$p_1=750\,\mathrm{mmHg}+150\,\mathrm{mmHg}=900\,\mathrm{mmHg}$

代入数据整理得 $V=60\,\mathrm{cm}^3$

故选 D。

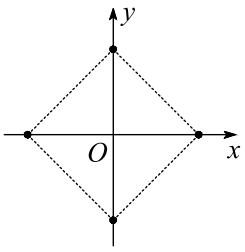
5. 从“玉兔”登月到“祝融”探火，我国星际探测事业实现了由地月系到行星际的跨越。已知火星质量约为月球的 9 倍，半径约为月球的 2 倍，“祝融”火星车的质量约为“玉兔”月球车的 2 倍。在着陆前，“祝融”和“玉兔”都会经历一个由着陆平台支撑的悬停过程。悬停时，“祝融”与“玉兔”所受着陆平台的作用力大小之比为 (B)



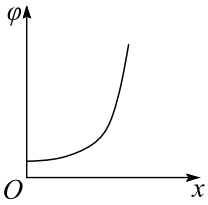
A. $9:1$　　B. $9:2$　　C. $36:1$　　D. $72:1$

> 悬停时所受平台的作用力等于万有引力，根据 $F=G\frac{mM}{R^2}$
>
> 可得 $\frac{F_{祝融}}{F_{玉兔}}=G\frac{M_{火}m_{祝融}}{R_{火}^2}:G\frac{M_{月}m_{玉兔}}{R_{月}^2}=\frac{9}{2^2}\times 2=\frac{9}{2}$
>
> 故选 B。

6. 如图 甲 所示，边长为 a 的正方形，四个顶点上分别固定一个电荷量为 $+q$ 的点电荷；在 $0\leqslant x<\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 区间，x 轴上电势 φ 的变化曲线如图 乙 所示。现将一电荷量为 $-Q$ 的点电荷 P 置于正方形的中心 O 点，此时每个点电荷所受库仑力的合力均为零。若将 P 沿 x 轴向右略微移动后，由静止释放，以下判断正确的是 (C)



图甲



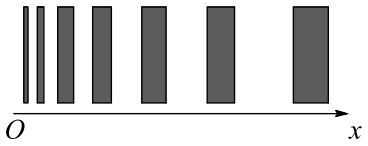
图乙

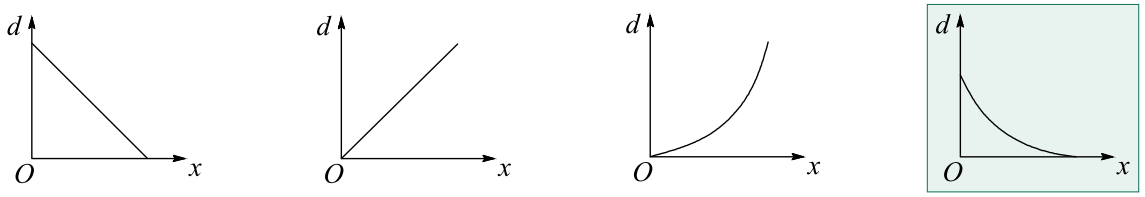
A. $Q=\frac{\sqrt{2}+1}{2}q$，释放后 P 将向右运动　　B. $Q=\frac{\sqrt{2}+1}{2}q$，释放后 P 将向左运动

C. $Q=\frac{2\sqrt{2}+1}{4}q$，释放后 P 将向右运动　　D. $Q=\frac{2\sqrt{2}+1}{4}q$，释放后 P 将向左运动

> 对 y 轴正向的点电荷，由平衡知识可得
>
> $\sqrt{2}k\frac{q^2}{a^2}+k\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2}=k\frac{Qq}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2}$
>
> 解得：$Q=\frac{2\sqrt{2}+1}{4}q$
>
> 因在 $0\leqslant x<\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 区间内沿 x 轴正向电势升高，则场强方向沿 x 轴负向，则将 P 沿 x 轴正向向右略微移动后释放，P 受到向右的电场力而向右运动。
>
> 故选 C。

7. 用平行单色光垂直照射一层透明薄膜，观察到如图所示明暗相间的干涉条纹。下列关于该区域薄膜厚度 d 随坐标 x 的变化图像，可能正确的是 (D)



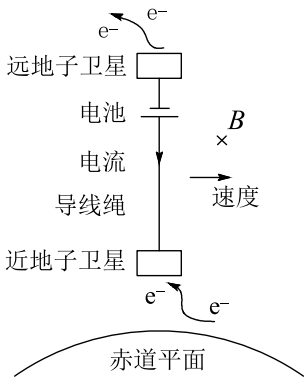


A. B. C. D.

从薄膜的上下表面分别反射的两列光是相干光，其光程差为 $\Delta x=2d$，即光程差为薄膜厚度的 2 倍，当光程差 $\Delta x=n\lambda$ 时此处表现为亮条纹，故相邻亮条纹之间的薄膜的厚度差为 $\frac{1}{2}\lambda$，在图中相邻亮条纹（或暗条纹）之间的距离变大，则薄膜层的厚度之间变小，因条纹宽度逐渐变宽，则厚度不是均匀变小。

故选 D。

8. 迷你系绳卫星在地球赤道正上方的电离层中，沿圆形轨道绕地飞行。系绳卫星由两子卫星组成，它们之间的导体绳沿地球半径方向，如图所示。在电池和感应电动势的共同作用下，导体绳中形成指向地心的电流，等效总电阻为 r。导体绳所受的安培力克服大小为 f 的环境阻力，可使卫星保持在原轨道上。已知卫星离地平均高度为 H，导体绳长为 L（$L\ll H$），地球半径为 R，质量为 M，轨道处磁感应强度大小为 B，方向垂直于赤道平面。忽略地球自转的影响。据此可得，电池电动势为 (A)



A. $BL\sqrt{\frac{GM}{R+H}}+\frac{fr}{BL}$ B. $BL\sqrt{\frac{GM}{R+H}}-\frac{fr}{BL}$ C. $BL\sqrt{\frac{GM}{R+H}}+\frac{BL}{fr}$ D. $BL\sqrt{\frac{GM}{R+H}}-\frac{BL}{fr}$

根据 $G\frac{Mm}{(R+H)^2}=m\frac{v^2}{R+H}$

可得卫星做圆周运动的线速度 $v=\sqrt{\frac{GM}{R+H}}$

根据右手定则可知，导体绳产生的感应电动势相当于上端为正极的电源，其大小为

$E' = BLv$

因导线绳所受阻力 f 与安培力 F 平衡，则安培力与速度方向相同，可知导线绳中的电流方向向下，即电池电动势大于导线绳切割磁感线产生的电动势，可得 $f = B\frac{E-E'}{r}L$

解得 $E = BL\sqrt{\frac{GM}{R+H}} + \frac{fr}{BL}$

故选 A。

9. 输电能耗演示电路如图所示。左侧变压器原、副线圈匝数比为 1 : 3，输入电压为 7.5 V 的正弦交流电。连接两理想变压器的导线总电阻为 r，负载 R 的阻值为 10 Ω。开关 S 接 1 时，右侧变压器原、副线圈匝数比为 2 : 1，R 上的功率为 10 W；接 2 时，匝数比为 1 : 2，R 上的功率为 P。以下判断正确的是 (BD)



A. $r = 10\,\Omega$　　B. $r = 5\,\Omega$　　C. $P = 45\,\mathrm{W}$　　D. $P = 22.5\,\mathrm{W}$

当开关 S 接 1 时，左侧变压器次级电压 $U_2 = 3 \times 7.5\,\mathrm{V} = 22.5\,\mathrm{V}$

电阻 R 上的电压，即右侧变压器的次级电压 $U_4 = \sqrt{PR} = 10\,\mathrm{V}$

电流 $I_4 = \frac{U_4}{R} = 1\,\mathrm{A}$

则右侧变压器初级电压 $U_3 = \frac{2}{1} \times 10\,\mathrm{V} = 20\,\mathrm{V}$

电流 $I_3 = \frac{1}{2} \times 1\,\mathrm{A} = 0.5\,\mathrm{A}$

则 $r = \frac{U_2-U_3}{I_3} = 5\,\Omega$

当开关 S 接 2 时，设输电电流为 I，则右侧变压器的次级电流为 $0.5I$；右侧变压器两边电压关系可知

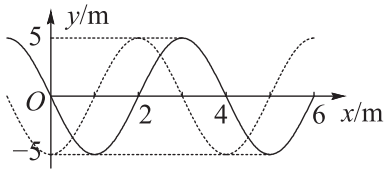
$\frac{U_2-Ir}{n_3} = \frac{0.5IR}{n_4}$

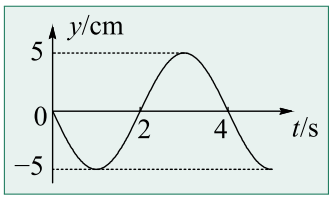
解得 $I = 3\,\mathrm{A}$

则 R 上的功率 $P = (0.5I)^2R = 22.5\,\mathrm{W}$

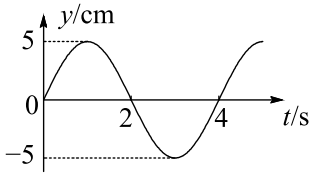
故选 BD。

10. 一列简谐横波沿 x 轴传播，如图所示，实线为 $t_1 = 2\,\mathrm{s}$ 时的波形图，虚线为 $t_2 = 5\,\mathrm{s}$ 时的波形图。以下关于平衡位置在 O 处质点的振动图像，可能正确的是 (AC)

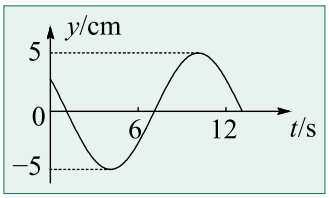




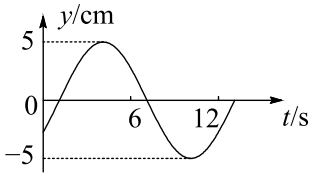
A.



B.



C.



D.

机械波的传播方向不确定，所以需要考虑机械波传播方向的不确定性。

AB．若机械波沿 x 轴正方向传播，在 $t_1 = 2\,\mathrm{s}$ 时 O 点振动方向竖直向上，则传播时间 $\Delta t = t_2 - t_1 = 3\,\mathrm{s}$ 满足

$\Delta t = \frac{3}{4}T + nT$（$n = 0, 1, 2, 3\cdots$）

解得 $T = \frac{12}{4n+3}\,\mathrm{s}$（$n = 0, 1, 2, 3\cdots$）

当 $n = 0$ 时，解得周期 $T = 4\,\mathrm{s}$。

A 正确，B 错误；

CD．若机械波沿 x 轴负方向传播，在 $t_2 = 5\,\mathrm{s}$ 时 O 点处于波谷，则

$\Delta t = \frac{1}{4}T + nT$（$n = 0, 1, 2, 3\cdots$）

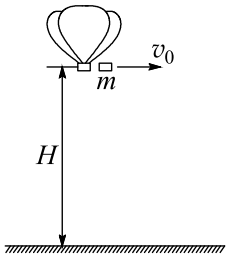
解得 $T = \frac{12}{4n+1}\,\mathrm{s}$（$n = 0, 1, 2, 3\cdots$）

当 $n = 0$ 时，解得周期 $T = 12\,\mathrm{s}$。

C 正确，D 错误。

故选 AC。

11. 如图所示，载有物资的热气球静止于距水平地面 H 的高处，现将质量为 m 的物资以相对地面的速度 v_0 水平投出，落地时物资与热气球的距离为 d。已知投出物资后热气球的总质量为 M，所受浮力不变，重力加速度为 g，不计阻力，以下判断正确的是 (BC)



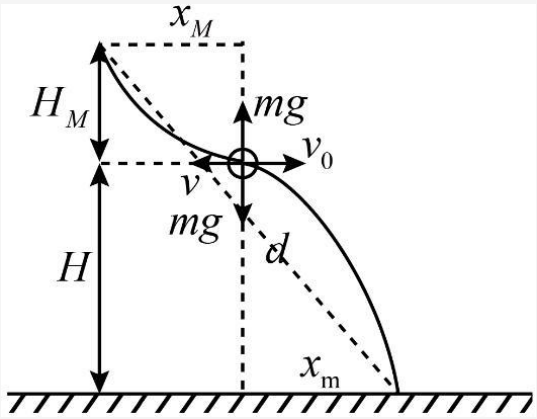
A. 投出物资后热气球做匀加速直线运动　　B. 投出物资后热气球所受合力大小为 mg

C. $d=\left(1+\frac{m}{M}\right)\sqrt{\frac{2Hv_0^2}{g}+H^2}$　　D. $d=\sqrt{\frac{2Hv_0^2}{g}+\left(1+\frac{m}{M}\right)^2H^2}$

AB．热气球开始携带物资时处于静止状态，所受合外力为 0，初动量为 0，水平投出重力为 mg 的物资瞬间，满足动量守恒定律 $Mv=mv_0$

则热气球和物资的动量等大反向，热气球获得水平向左的速度 v，热气球所受合外力恒为 mg，竖直向上，所以热气球做匀加速曲线运动，A 错误，B 正确；

CD．热气球和物资的运动示意图如图所示



热气球和物资所受合力大小均为 mg,所以热气球在竖直方向上加速度大小为 $a=\frac{m}{M}g$

物资落地 H 过程所用的时间 t 内，根据 $H=\frac{1}{2}gt^2$ 解得落地时间为 $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$

热气球在竖直方向上运动的位移为 $H_M=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{M}g\cdot\frac{2H}{g}=\frac{m}{M}H$

热气球和物资在水平方向均做匀速直线运动，水平位移为 $x_m=v_0t=v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$，$x_M=vt=\frac{m}{M}v_0\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}}$

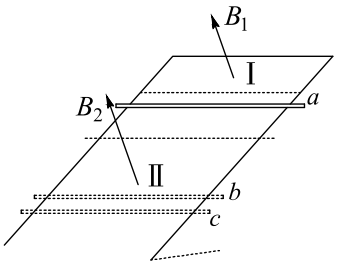
根据勾股定理可知热气球和物资的实际位移为 $d=\sqrt{(x_m+x_M)^2+(H+H_M)^2}=\left(1+\frac{m}{M}\right)\sqrt{\frac{2Hv_0^2}{g}+H^2}$

C 正确，D 错误。

故选 BC。

12. 如图所示，电阻不计的光滑 U 形金属导轨固定在绝缘斜面上。区域 I 、II 中磁场方向均垂直斜面向上，I 区中磁感应强度随时间均匀增加，II 区中为匀强磁场。阻值恒定的

金属棒从无磁场区域中 a 处由静止释放，进入Ⅱ区后，经 b 下行至 c 处反向上行。运动过程中金属棒始终垂直导轨且接触良好。在第一次下行和上行的过程中，以下叙述正确的是（ABD）



A. 金属棒下行过 b 时的速度大于上行过 b 时的速度

B. 金属棒下行过 b 时的加速度大于上行过 b 时的加速度

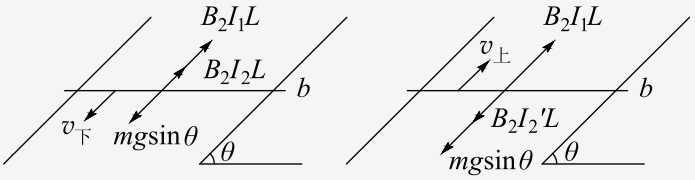
C. 金属棒不能回到无磁场区

D. 金属棒能回到无磁场区，但不能回到 a 处

AB．在Ⅰ区域中，磁感应强度为 $B_1=kt$，感应电动势 $E_1=\frac{\Delta B_1}{\Delta t}S=kS$

感应电动势恒定，所以导体棒上的感应电流恒为 $I_1=\frac{E_1}{R}=\frac{kS}{R}$

导体棒进入Ⅱ区域后，导体切割磁感线，产生一个感应电动势，因为导体棒到达 c 点后又能上行，说明加速度始终沿斜面向上，下行和上行经过 b 点的受力分析如图



设下行、上行过 b 时导体棒的速度分别为 v、v'，则下行过 b 时导体棒切割磁感线产生的感应电流为 $E_2=B_2Lv$

下行过 b 时导体棒上的电流为 $I_2=\frac{E_2+E_1}{R}=\frac{B_2Lv}{R}+\frac{kS}{R}$

下行过 b 时，根据牛顿第二定律可知 $B_2I_2L-mg\sin\theta=\frac{B_2^2L^2v}{R}+\frac{B_2kSL}{R}-mg\sin\theta=ma_1$

上行过 b 时，切割磁感线产生的感应电动势为 $E_2'=B_2Lv'$

上行过 b 时导体棒上的电流为 $I_3=\frac{E_1-E_2'}{R}=\frac{kS}{R}-\frac{B_2Lv'}{R}$

根据牛顿第二定律可知 $B_2I_3L-mg\sin\theta=\frac{B_2kSL}{R}-\frac{B_2^2L^2v'}{R}-mg\sin\theta=ma_2$

比较加速度大小可知 $a_1>a_2$

由于 bc 段距离不变，下行过程中加速度大，上行过程中加速度小，所以金属棒下行经过 b 点时的速度大于上行经过 b 点时的速度，AB 正确；

CD．导体棒上行时，加速度与速度同向，则导体棒做加速度减小的加速运动，则一定能回到无磁场区。由 AB 分析可得，导体棒进磁场 II 区（下行进磁场）的速度大于出磁场 II 区（下行进磁场）的速度，导体棒在无磁场区做加速度相同的减速运动 $mg\sin\theta = ma_0$

则金属棒不能回到 a 处，C 错误，D 正确。

故选 ABD。

13. 某乒乓球爱好者，利用手机研究乒乓球与球台碰撞过程中能量损失的情况。实验步骤如下：

① 固定好手机，打开录音功能；

② 从一定高度由静止释放乒乓球；

③ 手机记录下乒乓球与台面碰撞的声音，其随时间（单位：s）的变化图像如图所示。

根据声音图像记录的碰撞次序及相应碰撞时刻，如下表所示。

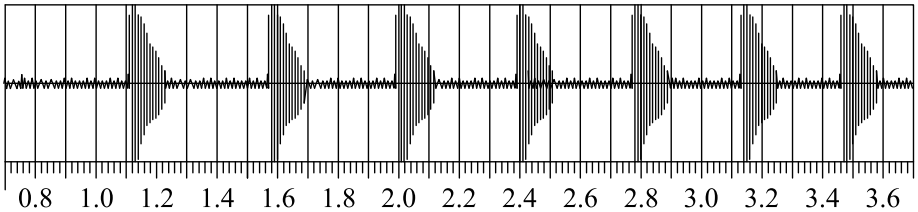
碰撞次序	1	2	3	4	5	6	7
碰撞时刻（s）	1.12	1.58	2.00	2.40	2.78	3.14	3.47

根据实验数据，回答下列问题：

(1) 利用碰撞时间间隔，计算出第 3 次碰撞后乒乓球的弹起高度为 0.20 m（保留 2 位有效数字，当地重力加速度 $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$）。

(2) 设碰撞后弹起瞬间与该次碰撞前瞬间速度大小的比值为 k，则每次碰撞损失的动能为碰撞前动能的 $1-k^2$ 倍（用 k 表示），第 3 次碰撞过程中 $k = 0.95$（保留 2 位有效数字）。

(3) 由于存在空气阻力，第（1）问中计算的弹起高度 高于（填“高于”或“低于”）实际弹起高度。



(1) 0.20　(2) $1-k^2$，0.95　(3) 高于

(1) 第 3 次碰撞到第 4 次碰撞用时 $t_0 = (2.40 - 2.00)\,\mathrm{s} = 0.40\,\mathrm{s}$，根据竖直上抛和自由落体运动的对称性可知第 3 次碰撞后乒乓球弹起的高度为

$$h_0 = \frac{1}{2} g \left(\frac{t_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.2^2\,\mathrm{m} \approx 0.20\,\mathrm{m}$$

(2) 碰撞后弹起瞬间速度为 v_2，碰撞前瞬间速度为 v_1，根据题意可知 $\frac{v_2}{v_1} = k$

则每次碰撞损失的动能与碰撞前动能的比值为 $\frac{\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = 1 - \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = 1 - k^2$

第 2 次碰后从最高点落地瞬间的速度 $v = gt = \left(\frac{2.00-1.58}{2}\right) g = 0.21g$

第 3 次碰撞后瞬间速度为 $v' = gt' = \left(\frac{2.40-2.00}{2}\right) g = 0.20g$

则第 3 次碰撞过程中 $k = \frac{v'}{v} = \frac{0.20}{0.21} \approx 0.95$

(3) 由于存在空气阻力，乒乓球在上升过程中受到向下的阻力和重力，加速度变大，上升的高度变小，所以第（1）问中计算的弹起高度高于实际弹起的高度。

14. 热敏电阻是传感器中经常使用的元件，某学习小组要探究一热敏电阻的阻值随温度变化的规律。可供选择的器材有：

- 待测热敏电阻 R_T（实验温度范围内，阻值约几百欧到几千欧）；
- 电源 E（电动势 1.5 V，内阻 r 约为 0.5 Ω）；
- 电阻箱 R（阻值范围 0 ~ 9999.99 Ω）；
- 滑动变阻器 R_1（最大阻值 20 Ω）；
- 滑动变阻器 R_2（最大阻值 2000 Ω）；
- 微安表（量程 100 μA，内阻等于 2500 Ω）；
- 开关两个，温控装置一套，导线若干。

同学们设计了如图 甲 所示的测量电路，主要实验步骤如下：

① 按图示连接电路；

② 闭合 S_1、S_2，调节滑动变阻器滑片 P 的位置，使微安表指针满偏；

③ 保持滑动变阻器滑片 P 的位置不变，断开 S_2，调节电阻箱，使微安表指针半偏；

④ 记录此时的温度和电阻箱的阻值。

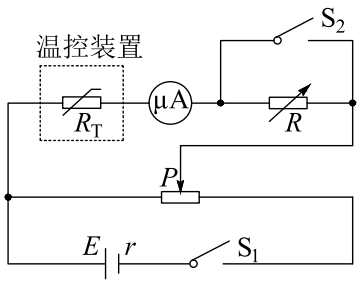
回答下列问题：

(1) 为了更准确地测量热敏电阻的阻值，滑动变阻器应选用 R_1（填“R_1”或“R_2”）。

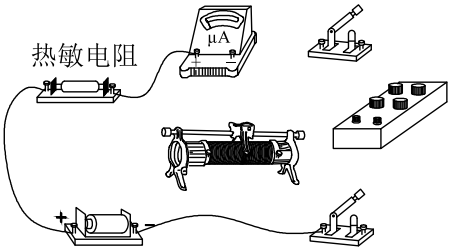
(2) 请用笔画线代替导线，将实物图（不含温控装置）连接成完整电路 。

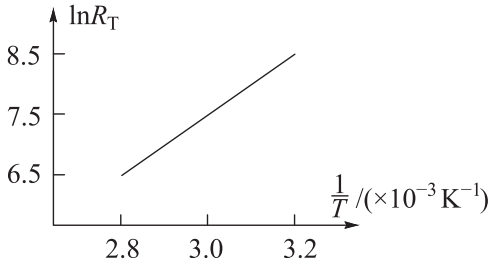
(3) 某温度下微安表半偏时，电阻箱的读数为 6000.00 Ω，该温度下热敏电阻的测量值为 3500 Ω（结果保留到个位），该测量值 大于（填“大于”或“小于”）真实值。

(4) 多次实验后，学习小组绘制了如图 乙 所示的图像。由图像可知，该热敏电阻的阻值随温度的升高逐渐 减小（填“增大”或“减小”）。



图甲



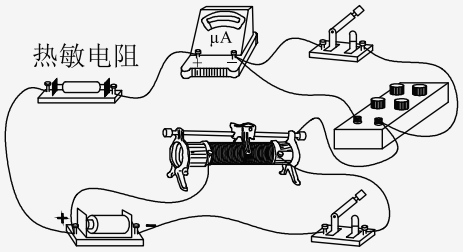


图乙

(1) R_1　(2) 连线如图所示　(3) 3500，大于　(4) 减小

（1）用半偏法测量热敏电阻的阻值，尽可能让该电路的电压在 S_2 闭合前、后保持不变，由于该支路与滑动变阻器左侧部分电阻并联，滑动变阻器的阻值越小，S_2 闭合前、后并联部分电阻变化越小，从而并联部分的电压值变化越小，故滑动变阻器应选 R_1。

（2）电路连接图如图所示



（3）微安表半偏时，该支路的总电阻为原来的 2 倍，即 $R_T + R_{\mu A} = R = 6000.00\,\Omega$

可得 $R_T = 3500\,\Omega$

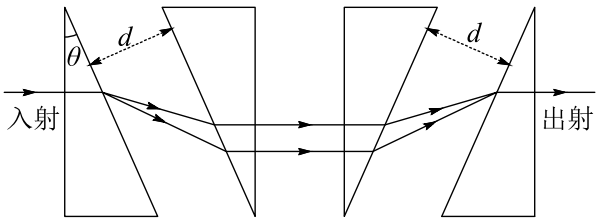
当断开 S_2，微安表半偏时，由于该支路的电阻增加，电压略有升高，根据欧姆定律，总电阻比原来 2 倍略大，也就是电阻箱的阻值略大于热敏电阻与微安表的总电阻，而我们用电阻箱的阻值等于热敏电阻与微安表的总电阻来计算，因此热敏电阻的测量值比真实值偏大。

（4）由于是 $\ln R_T - \frac{1}{T}$ 图像，当温度 T 升高时，$\frac{1}{T}$ 减小，从图中可以看出 $\ln R_T$ 减小，从而 R_T 减小，因此热敏电阻随温度的升高逐渐减小。

15. 超强超短光脉冲产生方法曾获诺贝尔物理学奖，其中用到的一种脉冲激光展宽器截面如图所示。在空气中对称放置四个相同的直角三棱镜，顶角为 θ。一细束脉冲激光垂直第一个棱镜左侧面入射，经过前两个棱镜后分为平行的光束，再经过后两个棱镜重新合成为一束，此时不同频率的光前后分开，完成脉冲展宽。已知相邻两棱镜斜面间的距离 $d = 100.0\,\text{mm}$，脉冲激光中包含两种频率的光，它们在棱镜中的折射率分别为 $n_1 = \sqrt{2}$ 和 $n_2 = \frac{\sqrt{31}}{4}$。取 $\sin 37° = 0.6$，$\cos 37° = 0.8$，$\frac{5}{\sqrt{7}} = 1.890$。

(1) 为使两种频率的光都能从左侧第一个棱镜斜面射出，求 θ 的取值范围；

(2) 若 $\theta = 37°$，求两种频率的光通过整个展宽器的过程中，在空气中的路程差 ΔL（保留 3 位有效数字）。



(1) $0 < \theta < 45°$（或 $\theta < 45°$） (2) $\Delta L = 14.4\,\text{mm}$

（1）由几何关系可得，光线在第一个三棱镜右侧斜面上的入射角等于 θ，要使得两种频率的光都从左侧第一个棱镜斜面射出，则 θ 需要比两种频率光线的全反射角都小，设 C 是全反射的临界角，根据折射定律得

$\sin C = \frac{1}{n}$ ①

折射率越大，临界角越小，代入较大的折射率得

$C_{\min} = 45°$ ②

所以顶角 θ 的范围为

$0 < \theta < 45°$（或 $\theta < 45°$）③

（2）脉冲激光从第一个三棱镜右侧斜面射出时发生折射，设折射角分别为 α_1 和 α_2，由折射定律得

$n_1 = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\theta}$ ④

$n_2 = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\theta}$ ⑤

设两束光在前两个三棱镜斜面之间的路程分别为 L_1 和 L_2，则

$L_1 = \frac{d}{\cos\alpha_1}$ ⑥

$L_2 = \frac{d}{\cos\alpha_2}$ ⑦

$\Delta L = 2(L_1 - L_2)$ ⑧

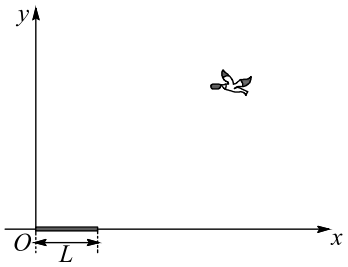
联立④⑤⑥⑦⑧式，代入数据得

$\Delta L = 14.4\,\mathrm{mm}$ ⑨

16. 海鸥捕到外壳坚硬的鸟蛤（贝类动物）后，有时会飞到空中将它丢下，利用地面的冲击打碎硬壳。一只海鸥叼着质量 $m = 0.1\,\mathrm{g}$ 的鸟蛤，在 $H = 20\,\mathrm{m}$ 的高度、以 $v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$ 的水平速度飞行时，松开嘴巴让鸟蛤落到水平地面上。取重力加速度 $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$，忽略空气阻力。

(1) 若鸟蛤与地面的碰撞时间 $\Delta t = 0.005\,\mathrm{s}$，弹起速度可忽略，求碰撞过程中鸟蛤受到的平均作用力的大小 F；（碰撞过程中不计重力）

(2) 在海鸥飞行方向正下方的地面上，有一与地面平齐、长度 $L = 6\,\mathrm{m}$ 的岩石，以岩石左端为坐标原点，建立如图所示坐标系。若海鸥水平飞行的高度仍为 $20\,\mathrm{m}$，速度大小在 $15\,\mathrm{m/s} \sim 17\,\mathrm{m/s}$ 之间，为保证鸟蛤一定能落到岩石上，求释放鸟蛤位置的 x 坐标范围。



(1) $F = 500\,\mathrm{N}$　(2) $[34\,\mathrm{m}, 36\,\mathrm{m}]$ 或 $(34\,\mathrm{m}, 36\,\mathrm{m})$

（1）设平抛运动的时间为 t，鸟蛤落地前瞬间的速度大小为 v。竖直方向分速度大小为 v_y，根据运动的合成与分解得

$H = \frac{1}{2}gt^2, \quad v_y = gt, \quad v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$

在碰撞过程中，以鸟蛤为研究对象，取速度 v 的方向为正方向，由动量定理得

$-F\Delta t = 0 - mv$

联立，代入数据得 $F = 500\,\mathrm{N}$

（2）若释放鸟蛤的初速度为 $v_1 = 15\,\mathrm{m/s}$，设击中岩石左端时，释放点的 x 坐标为 x_1，击中右端时，释放点的 x 坐标为 x_2，得

$x_1 = v_1 t, \quad x_2 = x_1 + L$

联立，代入数据得 $x_1 = 30\,\mathrm{m}, \quad x_2 = 36\,\mathrm{m}$

若释放鸟蛤时的初速度为 $v_2 = 17\,\mathrm{m/s}$，设击中岩石左端时，释放点的 x 坐标为 x_1'，击中右端时，释放点的 x 坐标为 x_2'，得

$x_1' = v_2 t, \quad x_2' = x_1' + L$

联立，代入数据得 $x_1' = 34\,\mathrm{m}, \quad x_2' = 40\,\mathrm{m}$

综上得 x 坐标区间

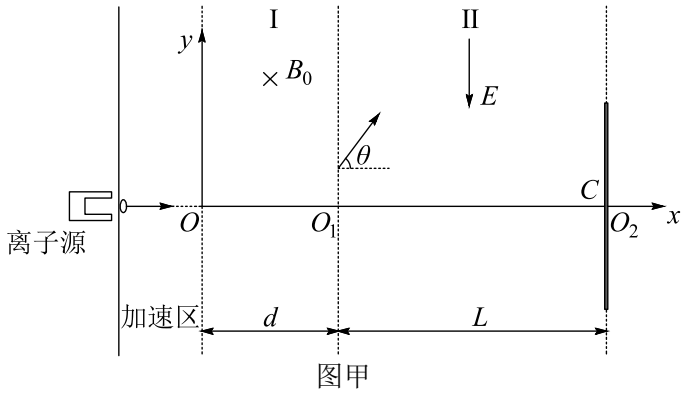
$[34\,\mathrm{m}, 36\,\mathrm{m}]$ 或 $(34\,\mathrm{m}, 36\,\mathrm{m})$

17. 某离子实验装置的基本原理如图 甲 所示。Ⅰ区宽度为 d，左边界与 x 轴垂直交于坐标原点 O，其内充满垂直于 xOy 平面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为 B_0；Ⅱ区宽度为 L，左边界与 x 轴垂直交于 O_1 点，右边界与 x 轴垂直交于 O_2 点，其内充满沿 y 轴负方向的匀强电场。测试板垂直 x 轴置于Ⅱ区右边界，其中心 C 与 O_2 点重合。从离子源不断飘出电荷量为 q、质量为 m 的正离子，加速后沿 x 轴正方向过 O 点，依次经Ⅰ区、Ⅱ区，恰好到达测试板中心 C。已知离子刚进入Ⅱ区时速度方向与 x 轴正方向的夹角为 θ。忽略离子间的相互作用，不计重力。

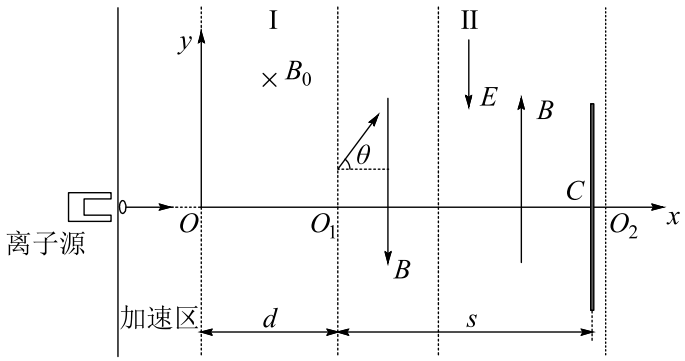
(1) 求离子在Ⅰ区中运动时速度的大小 v；

(2) 求Ⅱ区内电场强度的大小 E；

(3) 保持上述条件不变，将Ⅱ区分为左右两部分，分别填充磁感应强度大小均为 B（数值未知）方向相反且平行 y 轴的匀强磁场，如图 乙 所示。为使离子的运动轨迹与测试板相切于 C 点，需沿 x 轴移动测试板，求移动后 C 到 O_1 的距离 S。



图甲



图乙

(1) $v=\frac{qB_0d}{m\sin\theta}$ (2) $E=\frac{2qB_0^2d^2}{mL^2\tan^2\theta}\left(L\tan\theta+\frac{d}{\sin\theta}-\frac{d}{\tan\theta}\right)$ (3) $S=\frac{6(\sqrt{3}+1)}{7\pi}L$

（1）设离子在 I 区内做匀速圆周运动的半径为 r，由牛顿第二定律得

$qvB_0=m\frac{v^2}{r}$ ①

根据几何关系得

$\sin\theta=\frac{d}{r}$ ②

联立①②式得

$v=\frac{qB_0d}{m\sin\theta}$

（2）离子在 II 区内只受电场力，x 方向做匀速直线运动，y 方向做匀变速直线运动，设从进入电场到击中测试板中心 C 的时间为 t，y 方向的位移为 y_0，加速度大小为 a，由牛顿第二定律得

$qE=ma$

由运动的合成与分解得

$L=(v\cos\theta)t,\quad y_0=-r(1-\cos\theta),\quad y_0=(v\sin\theta)t-\frac{1}{2}at^2$

联立得

$E=\frac{2qB_0^2d^2}{mL^2\tan^2\theta}\left(L\tan\theta+\frac{d}{\sin\theta}-\frac{d}{\tan\theta}\right)$

（3）Ⅱ区内填充磁场后，离子在垂直 y 轴的方向做线速度大小为 $v\cos\theta$ 的匀速圆周运动，如图所示。设左侧部分的圆心角为 α，圆周运动半径为 r'，运动轨迹长度为 l'，由几何关系得

$$l'=\frac{\alpha}{2\pi}\times 2\pi r'+\frac{\alpha+\frac{\pi}{2}}{2\pi}\times 2\pi r',\quad \cos\alpha=\frac{r'}{2r'}$$

由于在 y 轴方向的运动不变，离子的运动轨迹与测试板相切于 C 点，则离子在Ⅱ区内的运动时间不变，故有

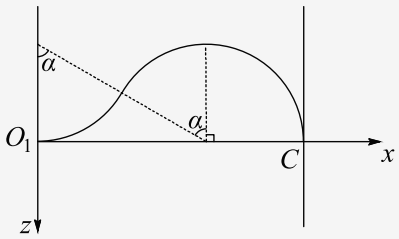
$$\frac{l'}{v\cos\theta}=\frac{L}{v\cos\theta}$$

C 到 O_1 的距离

$$S=2r'\sin\alpha+r'$$

联立得

$$S=\frac{6(\sqrt{3}+1)}{7\pi}L$$



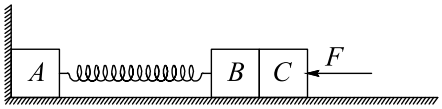
18. 如图所示，三个质量均为 m 的小物块 A、B、C，放置在水平地面上，A 紧靠竖直墙壁，一劲度系数为 k 的轻弹簧将 A、B 连接，C 紧靠 B，开始时弹簧处于原长，A、B、C 均静止。现给 C 施加一水平向左、大小为 F 的恒力，使 B、C 一起向左运动，当速度为零时，立即撤去恒力，一段时间后 A 离开墙壁，最终三物块都停止运动。已知 A、B、C 与地面间的滑动摩擦力大小均为 f，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，弹簧始终在弹性限度内。（弹簧的弹性势能可表示为：$E_p=\frac{1}{2}kx^2$，k 为弹簧的劲度系数，x 为弹簧的形变量）

(1) 求 B、C 向左移动的最大距离 x_0 和 B、C 分离时 B 的动能 E_k；

(2) 为保证 A 能离开墙壁，求恒力的最小值 $F_{\min}$；

(3) 若三物块都停止时 B、C 间的距离为 x_{BC}，从 B、C 分离到 B 停止运动的整个过程，B 克服弹簧弹力做的功为 W，通过推导比较 W 与 fx_{BC} 的大小；

(4) 若 $F=5f$，请在所给坐标系中，画出 C 向右运动过程中加速度 a 随位移 x 变化的图像，并在坐标轴上标出开始运动和停止运动时的 a、x 值（用 f、k、m 表示），不要求推导过程。以撤去 F 时 C 的位置为坐标原点，水平向右为正方向。



(1) $x_0=\frac{2F-4f}{k}$，$E_k=\frac{F^2-6fF+8f^2}{k}$　(2) $F_{\min}=\left(3+\frac{\sqrt{10}}{2}\right)f$　(3) $W<fx_{BC}$　(4) 图象如图所示

（1）从开始到 B、C 向左移动到最大距离的过程中，以 B、C 和弹簧为研究对象，由功能关系得

$$Fx_0=2fx_0+\frac{1}{2}kx_0^2$$

弹簧恢复原长时 B、C 分离，从弹簧最短到 B、C 分离，以 B、C 和弹簧为研究对象，由能量守恒得

$$\frac{1}{2}kx_0^2=2fx_0+2E_k$$

联立方程解得

$$x_0=\frac{2F-4f}{k},\quad E_k=\frac{F^2-6fF+8f^2}{k}$$

（2）当 A 刚要离开墙时，设弹簧的伸长量为 x，以 A 为研究对象，由平衡条件得

$$kx=f$$

若 A 刚要离开墙壁时 B 的速度恰好等于零，这种情况下恒力为最小值 $F_{\min}$，从弹簧恢复原长到 A 刚要离开墙的过程中，以 B 和弹簧为研究对象，由能量守恒得

$$E_k=\frac{1}{2}kx^2+fx$$

结合第（1）问结果可知

$$F_{\min}=\left(3\pm\frac{\sqrt{10}}{2}\right)f$$

根据题意舍去 $F_{\min}=\left(3-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)f$，所以恒力的最小值为

$$F_{\min}=\left(3+\frac{\sqrt{10}}{2}\right)f$$

（3）从 B、C 分离到 B 停止运动，设 B 的路程为 x_B，C 的位移为 x_C，以 B 为研究对象，由动能定理得

$$-W-fx_B=0-E_k$$

以 C 为研究对象，由动能定理得

$$-fx_C=0-E_k$$

由 B、C 的运动关系得

$$x_B>x_C-x_{BC}$$

联立可知

$$W<fx_{BC}$$

（4）小物块 B、C 向左运动过程中，由动能定理得

$5fx_1-2fx_1-\frac{1}{2}kx_1^2=0$

解得撤去恒力瞬间弹簧弹力为

$kx_1=6f$

则坐标原点的加速度为

$a_1=\frac{kx_1-2f}{2m}=\frac{6f-2f}{2m}=\frac{2f}{m}$

之后 C 开始向右运动过程（B、C 系统未脱离弹簧）加速度为

$a=\frac{kx-2f}{2m}$

可知加速度随位移 x 为线性关系，随着弹簧逐渐恢复原长，x 减小，a 减小，弹簧恢复原长时，B 和 C 分离，之后 C 只受地面的滑动摩擦力，加速度为

$a_2=-\frac{f}{m}$

负号表示 C 的加速度方向水平向左；从撤去恒力之后到弹簧恢复原长，以 B、C 为研究对象，由动能定理得

$\frac{1}{2}kx_1^2-2fx_1=\frac{1}{2}\cdot 2mv^2$

脱离弹簧瞬间后 C 速度为 v，之后 C 受到滑动摩擦力减速至 0，由能量守恒得

$fx_2=\frac{1}{2}mv^2$

解得脱离弹簧后，C 运动的距离为

$x_2=\frac{1}{2}x_1$

则 C 最后停止的位移为

$x_1+x_2=\frac{3}{2}x_1=\frac{3}{2}\cdot\frac{6f}{k}=\frac{9f}{k}$

所以 C 向右运动的图象为

