2001 年全国旧课程

1. 在下列的四个方程中，x_1、x_2、x_3 和 x_4 各代表某种粒子

   ① $^{235}_{92}\mathrm{U}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\to{}^{95}_{38}\mathrm{Sr}+{}^{138}_{54}\mathrm{Xe}+3x_1$　　② ${}^{2}_{1}\mathrm{H}+x_2\to{}^{3}_{2}\mathrm{He}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

   ③ $^{238}_{92}\mathrm{U}\to{}^{234}_{90}\mathrm{Th}+x_3$　　④ ${}^{24}_{12}\mathrm{Mg}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}\to{}^{27}_{13}\mathrm{Al}+x_4$

   以下判断正确的是 (AC)

   A. x_1 是中子　　B. x_2 是质子　　C. x_3 是 α 粒子　　D. x_4 是氘核

   > 首先由核电荷数守恒算出 x_1、x_2、x_3、x_4 的核电荷数分别为 0、1、2、1，然后再由质量数守恒确定 x_1 为中子，x_2 为氘核，x_3 为 α 粒子，x_4 为质子，故 AC 正确。

2. 一个理想变压器，原线圈和副线圈的匝数分别是 n_1 和 n_2，正常工作时输入和输出的电压、电流、功率分别为 U_1 和 U_2、I_1 和 I_2、P_1 和 P_2，已知 $n_1>n_2$，则 (BC)

   A. $U_1>U_2$，$P_1<P_2$　　B. $P_1=P_2$，$I_1<I_2$

   C. $I_1<I_2$，$U_1>U_2$　　D. $P_1>P_2$，$I_1>I_2$

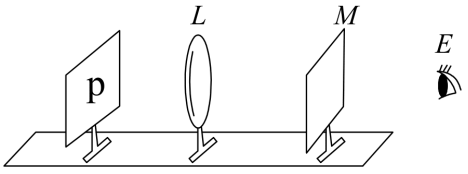
   > 由理想变压器的原理得 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$，$P_1=P_2$，由题意知 $n_1>n_2$，则 $U_1>U_2$，又因 $I_1U_1=I_2U_2$，则 $I_1<I_2$，故 BC 正确。

3. 在 X 射线管中，由阴极发射的电子被加速后打到阳极，会产生包括 X 光在内的各种能量的光子，其中光子能量的最大值等于电子的动能。已知阳极与阴极之间的电势差 U。普朗克常数 h，电子电量 e 和光速 c，则可知该 X 射线管发出的 X 光的 (D)

   A. 最短波长为 $\frac{c}{eUh}$　　B. 最长波长为 $\frac{hc}{eU}$　　C. 最小频率为 $\frac{eU}{h}$　　D. 最大频率为 $\frac{eU}{h}$

   > 由动能定理知加速电场对电子所做的功等于电子动能的增量，由题意知光子的最大能量等于电子的动能，则有 $h\nu_m=eU$，故 X 光的最大频率 $\nu_m=\frac{eU}{h}$，故 D 正确；X 光的最小波长为 $\lambda=\frac{c}{\nu_m}=\frac{ch}{eU}$，故 A 错误；因光子的最小能量无法确定，所以光子的最小频率和最长波长无法确定，故 BC 错误。

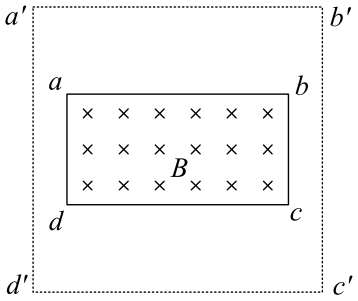
4. 如图所示，p 字形发光物经透镜 L 在毛玻璃光屏 M 上成一实像，观察者处于 E 处，他看到屏 M 上的像的形状为 (C)

   A. q　　B. p　　C. d　　D. b

> 由透镜成像原理知，透镜成实像左右、上下都倒置，故 C 正确。

5. 如图所示，虚线框 $abcd$ 内为一矩形匀强磁场区域，$ab=2bc$，磁场方向垂直于纸面，线框 $a'b'c'd'$ 是一正方形导线框，$a'b'$ 边与 ab 边平行。若将导线框匀速地拉离磁场区域，以 W_1 表示沿平行于 ab 的方向拉出过程中外力所做的功，W_2 表示以同样的速率沿平行于 bc 的方向拉出过程中外力所做的功，则 (B)



A. $W_1=W_2$　　B. $W_2=2W_1$　　C. $W_1=2W_2$　　D. $W_2=4W_1$

> 设导线框运动速率为 v、电阻为 R。由于导线框被匀速拉离磁场区域，所以外力所做的功等于安培力做的功，则有
>
> $W_1=F_{安1}\cdot\overline{ab}=B\frac{B\overline{bc}v}{R}\cdot\overline{bc}\cdot\overline{ab}=\frac{B^2v\overline{bc}^2\overline{ab}}{R}$；
>
> 同理
>
> $W_2=F_{安2}\cdot\overline{bc}=B\frac{B\overline{ab}v}{R}\cdot\overline{ab}\cdot\overline{bc}=\frac{B^2v\overline{ab}^2\overline{bc}}{R}$。
>
> 因为 $\overline{ab}=2\overline{bc}$，所以 $W_2=2W_1$，故 B 正确。

6. 按照玻尔理论，下列关于氢原子的论述正确的是 (AB)

A. 第 m 个定态和第 n 个定态的轨道半径 r_m 和 r_n 之比为 $r_m:r_n=m^2:n^2$

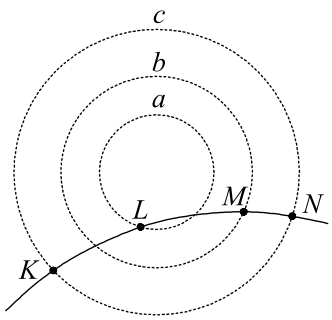
B. 第 m 个定态和第 n 个定态的能量 E_m 和 E_n 之比为 $E_m:E_n=n^2:m^2$

C. 电子沿某一轨道绕核运动，若其圆周运动的频率是 ν，则其发光频率也是 ν

D. 若氢原子处于能量为 E 的定态，则其发光频率为 $\nu=\frac{E}{h}$

> 由氢原子电子轨道半径公式 $r_n=n^2r_1$ 知，轨道半径与量子数的平方成正比，所以 $r_m:r_n=m^2:n^2$，故 A 正确；由氢原子的能量公式 $E_n=\frac{1}{n^2}E_1$ 知，氢原子的能量与量子数的平方成反比，所以 $E_m:E_n=n^2:m^2$，故 B 正确；由玻尔的原子理论知，只有核外电子发生能级跃迁时才可能发射某种频率的光，故 CD 错误。

7. 如图，虚线 a、b 和 c 是某静电场中的三个等势面，它们的电势分别为 φ_a、φ_b 和 φ_c，$\varphi_a>\varphi_b>\varphi_c$。一带正电的粒子射入电场中，其运动轨迹如实线 KLMN 所示，由图可知 (AC)



A. 粒子从 K 到 L 的过程中，电场力做负功

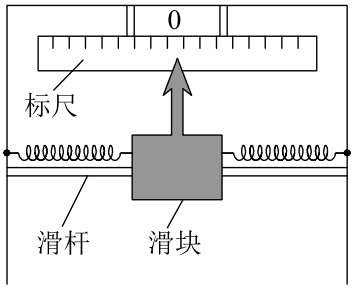
B. 粒子从 L 到 M 的过程中，电场力做负功

C. 粒子从 K 到 L 的过程中，静电势能增加

D. 粒子从 L 到 M 的过程中，动能减少

> 由题图 φ_a、φ_b、φ_c 的关系可知，静电场是正的点电荷产生的电场，当带正电粒子从 K 到 L 的过程中，粒子受到库仑力的作用，它克服电场力做功，其动能减少，电势能增加，故 AC 正确；当带正电粒子从 L 到 M 的过程中，电场力做正功，粒子的动能增加，电势能减少，故 BD 错误。

8. 惯性制导系统已广泛应用于弹道式导弹工程中，这个系统的重要元件之一是加速度计，加速度计的构造原理的示意图如图所示：沿导弹长度方向安装的固定光滑杆上套一质量为 m 的滑块，滑块两侧分别与劲度系数均为 k 的弹簧相连；两弹簧的另一端与固定端相连，滑块原来静止，弹簧处于自然长度，滑块上有指针，可通过标尺测出滑块的位移，然后通过控制系统进行制导，设某段时间内导弹沿水平方向运动，指针向左偏离 O 点的距离为 x，则这段时间内导弹的加速度 (D)



A. 方向向左，大小为 $\frac{kx}{m}$

B. 方向向右，大小为 $\frac{kx}{m}$

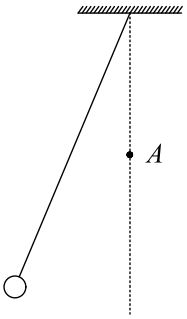
C. 方向向左，大小为 $\frac{2kx}{m}$

D. 方向向右，大小为 $\frac{2kx}{m}$

> 滑块随导弹一起做加速运动，向左偏离 O 点距离为 x，使左侧弹簧被压缩，右侧弹簧被拉长，则滑块所受合力为 $2kx$，方向向右，由牛顿第二定律得 $2kx = ma$，滑块加速度大小为 $a = \frac{2kx}{m}$，故 D 正确。

9. 细长轻绳下端栓一小球构成单摆，在悬挂点正下方 $\frac{1}{2}$ 摆长处有一个能挡住摆线的钉子 A，

如图所示，现将单摆向左方拉开一个小角度，然后无初速度地释放，对于以后的运动，下列说法正确的是 (AB)



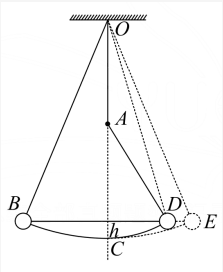
A. 摆球往返运动一次的周期比无钉子时的单摆周期小

B. 摆球在左、右两侧上升的最大高度一样

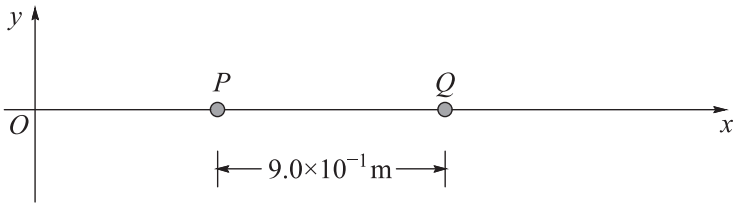
C. 摆球在平衡位置左右两侧走过的最大弧长相等

D. 摆球在平衡位置右侧的最大摆角是左侧的两倍

由单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 知，有钉子时，$l'=\frac{l}{2}$，故周期变小，故 A 正确；由机械能守恒 $\frac{1}{2}mv^2=mgh$ 知，摆球上升的高度 h 与摆角无关，故 B 正确；如图所示，假如没有钉子 A，则摆球可以摆到 E（E 与 B 关于 OAC 竖直线对称），从图中可以看出，弧长 BC 大于弧长 CD，故 C 错误；由图知，$\angle CAD=2\angle AOD$，$\angle BOC>\angle AOD$，所以 $\angle CAD<2\angle BOC$，故 D 错误。



10. 如图所示，在平面 xy 内有一沿水平轴 x 正向传播的简谐横波，波速为 $3.0\,\mathrm{m/s}$，频率为 $2.5\,\mathrm{Hz}$，振幅为 $8.0\times10^{-2}\,\mathrm{m}$。已知 $t=0$ 时刻 P 质点的位移为 $y=4.0\times10^{-2}\,\mathrm{m}$，速度沿 y 轴正向。Q 点在 P 点右方 $9.0\times10^{-1}\,\mathrm{m}$ 处，对于 Q 点的质元来说 (BC)



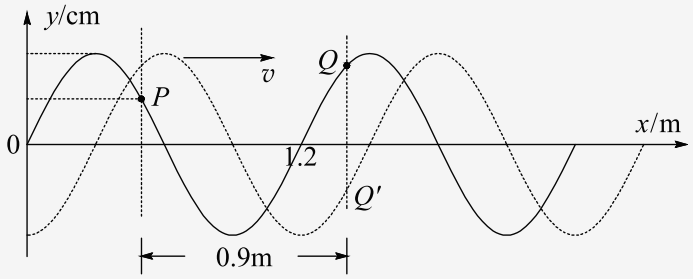
A. 在 $t=0$ 时，位移为 $y=-4.0\times10^{-2}\,\mathrm{m}$

B. 在 $t=0$ 时，速度沿 y 轴负方向

C. 在 $t=0.1\,\mathrm{s}$ 时，位移为 $y=-4.0\times10^{-2}\,\mathrm{m}$

D. 在 $t=0.1\,\mathrm{s}$ 时，速度沿 y 轴正方向

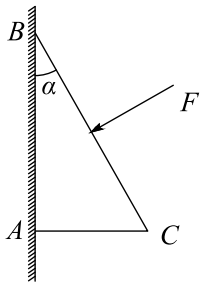
首先画出一列波形图，如图中实线所示，在图中标出 $y=4.0\times10^{-2}\,\mathrm{m}$ 并且速度方向沿 y 轴正方向的 P 点，由 $v=\lambda f$ 得 $\lambda=\frac{v}{f}=\frac{3.0}{2.5}\,\mathrm{m}=1.2\,\mathrm{m}$，Q 点距 P 点 $\Delta x=0.9\,\mathrm{m}=\frac{3}{4}\lambda$，从而找出 Q 点标在图中，从图中 Q 点的位置可以看出，故 A 错误 B 正确。由 $T=\frac{1}{f}=0.4\,\mathrm{s}$ 得 $t=0.1\,\mathrm{s}=\frac{1}{4}T$，所以波在 $t=0.1\,\mathrm{s}$ 时向右传了 $\frac{1}{4}\lambda$，据此作出 $t=0.1\,\mathrm{s}$ 时的波形图，如图中虚线所示，从图中可以看出，此时 Q 点的位移 $y=-4\times10^{-2}\,\mathrm{m}$，速度方向沿 y 轴负方向，故 C 正确 D 错误。



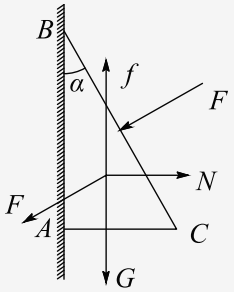
11. 某测量员是这样利用回声测距离的：他站在两平行峭壁间某一位置鸣枪，经过 1.00 s 第一次听到回声，又经过 0.50 s 再次听到回声。已知声速为 340 m/s，则两峭壁间的距离为425 m。

由声波传播特性知，$L=340\times\frac{1.00}{2}+340\times\frac{1.50}{2}=425\,\mathrm{m}$。

12. 如图所示，质量为 m，横截面为直角三角形的物块 ABC，$\angle ABC=\alpha$。AB 边靠在竖直墙面上，F 是垂直于斜面 BC 的推力。现物块静止不动，则摩擦力的大小为$mg+F\sin\alpha$。



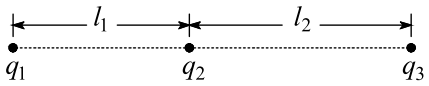
对物块受力分析，作出受力分析图，由平衡条件得，摩擦力 $f=mg+F\sin\alpha$。



13. 如图所示，q_1、q_2、q_3 分别表示在一条直线上的三个点电荷，已知 q_1 与 q_2 之间的距离为 l_1，q_2 与 q_3 之间的距离为 l_2，且每个电荷都处于平衡状态

(1) 如 q_2 为正电荷，则 q_1 为 _____ 电荷，q_3 为 _____ 电荷。

(2) q_1、q_2、q_3 三者电量大小之比是 _____：_____：_____。



(1) 负，负 (2) $\left(\frac{l_1+l_2}{l_2}\right)^2 : 1 : \left(\frac{l_1+l_2}{l_1}\right)^2$

（1）若 q_2 为正电荷，且每个电荷都处于平衡状态，则 q_1、q_3 均要带负电荷才能满足要求。

（2）由于三个点电荷都处于平衡状态，因此三个点电荷所在处的合场强均为零，即有

$k\frac{q_2}{l_1^2} = k\frac{q_3}{(l_1+l_2)^2}$，$k\frac{q_1}{l_1^2} = k\frac{q_3}{l_2^2}$，$k\frac{q_1}{(l_1+l_2)^2} = k\frac{q_2}{l_2^2}$，

用 q_2 分别表示 q_1、q_3，可得

$q_3 = q_2\left(\frac{l_1+l_2}{l_1}\right)^2$，$q_1 = q_2\left(\frac{l_1+l_2}{l_2}\right)^2$，

所以 $q_1 : q_2 : q_3 = \left(\frac{l_1+l_2}{l_2}\right)^2 : 1 : \left(\frac{l_1+l_2}{l_1}\right)^2$。

14. 某同学以线状白炽灯为光源，利用游标卡尺两脚间形成的狭缝观察光的衍射现象后，总结出以下几点：

（A）若狭缝与灯丝平行，衍射条纹与狭缝平行

（B）若狭缝与灯丝垂直，衍射条纹与狭缝垂直

（C）衍射条纹的疏密程度与狭缝宽度有关

（D）衍射条纹的间距与光的波长有关

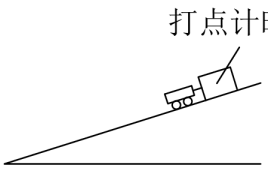
以上几点中，你认为正确的是 ACD。

用狭缝观察线状光源时，无论狭缝与灯丝平行还是垂直，衍射条纹总与狭缝平行，故 A 正确，B 错误；衍射条纹的疏密程度与狭缝的宽度有关，宽度越窄衍射现象越明显，衍射条纹越疏，故 C 正确；衍射条纹的间距与光的波长有关，波长越长，越容易发生衍射，衍射条纹间距越大，故 D 正确。

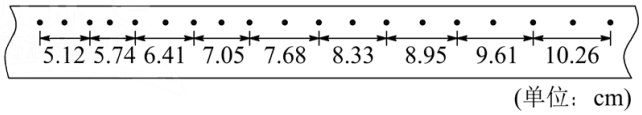
15. 一打点计时器固定在斜面上某处，一小车拖着穿过打点计时器的纸带从斜面上滑下，如图 甲 所示，图 乙 是打出的纸带的一段。

(1) 已知打点计时器使用的交流电频率为 50 Hz，利用图 乙 给出的数据可求出小车下滑的加速度 $a=$_____。

(2) 为了求出小车在下滑过程中所受的阻力，还需测量的物理量有 _____。用测得的量及加速度 a 表示阻力的计算式为 $f=$_____。



图甲



图乙

(1) $4.00\,\mathrm{m/s^2}$（$3.90\sim4.10\,\mathrm{m/s^2}$ 之间都正确） (2) 小车质量 m；斜面上任意两点间距离 l 及这两点的高度差 h；$f=\frac{mgh}{l}-ma$

（1）用公式 $a=\frac{(s_9+s_8+s_7+s_6)-(s_5+s_4+s_3+s_2)}{32T^2}$ 求出加速度，$T=0.02\,\mathrm{s}$，代入数据得 $a\approx4.00\,\mathrm{m/s^2}$。

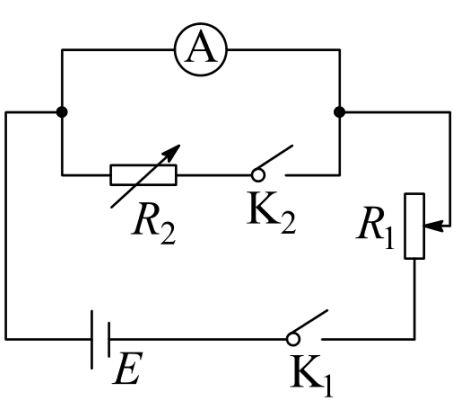
（2）由 $mg\sin\alpha-f=ma$ 和 $\sin\alpha=\frac{h}{l}$，解得阻力 $f=mg\frac{h}{l}-ma$。

16. 图 甲 中 E 为电源，其电动势为 E，R_1 为滑线变阻器，R_2 为电阻箱，A 为电流表，用此电路，经以下步骤可近似测得 A 的内阻 R_A：①闭合 K_1，断开 K_2，调节 R_1 使电流表读数等于其量程 I_0；②保持 R_1 不变，闭合 K_2，调节 R_2，使电流表读数等于 $\frac{I_0}{2}$，然后读出 R_2 的值，取 $R_A\approx R_2$。

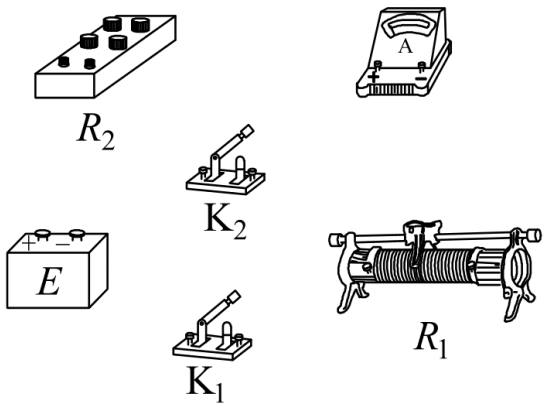
(1) 按图 甲 所示电路在图 乙 中所给的实物图中画出连接导线。

(2) 真实值和测量值之差除以真实值叫测量结果的相对误差，即 $\frac{R_A-R_2}{R_A}$，试导出它与电动势 E，电流表量程 I_0 及电流表内阻 R_A 的关系式。

(3) 若 $I_0=10\,\mathrm{mA}$，真实值 R_A 约为 $30\,\Omega$，要想使测量结果相对误差不大于 5%，电源电动势最小应为多少伏？

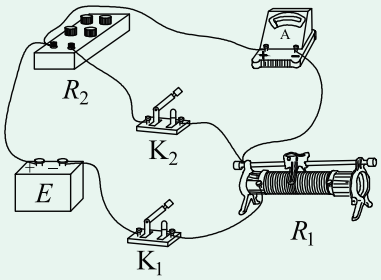


图甲



图乙

(1) 连线如图



(2) $\frac{R_A-R_2}{R_A}=\frac{I_0}{E}R_A$ (3) 6 V

（2）推导过程如下：

由步骤①得 $\frac{E}{R_1+R_A}=I_0$ ①

由步骤②得 $\frac{E}{R_1+\frac{R_AR_2}{R_A+R_2}}\cdot\frac{R_2}{R_A+R_2}=\frac{I_0}{2}$ ②

②式乘以 2 等于①式，解得 $R_A=\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}$ ③，

从而得 $R_2=\frac{R_AR_1}{R_A+R_1}$ ④，

因为 $\frac{R_A-R_2}{R_A}=1-\frac{R_2}{R_A}$，将④代入得

$\frac{R_A-R_2}{R_A}=1-\frac{R_1}{R_A+R_1}=\frac{R_A}{R_A+R_1}$ ⑤，

又据①得 $R_1=\frac{E}{I_0}-R_A$ ⑥，

将⑥代入⑤得 $\frac{R_A-R_2}{R_A}=\frac{I_0}{E}R_A$ ⑦。

（3）根据 $\frac{I_0}{E}R_A=0.05$，将 $I_0=10\,\text{mA}=0.010\,\text{A}$，$R_A=30\,\Omega$ 代入解得 $E=6\,\text{V}$。

17. 质量为 M 的小船以速度 v_0 行驶，船上有两个质量皆为 m 的小孩 a 和 b，分别静止站在船头和船尾，现小孩 a 沿水平方向以速率 v（相对于静止水面）向前跃入水中，然后小孩 b 沿水平方向以相同的速率 v（相对于静止水面）向后跃入水中，求小孩 b 跃出后小船的速度。

$v'=\left(1+\frac{2m}{M}\right)v_0$

设小孩 b 跃出后小船向前行驶的速度为 v'，根据动量守恒定律，有

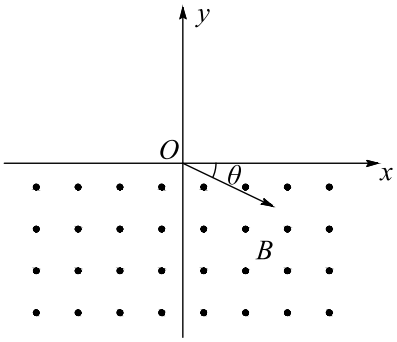
$(M+2m)v_0=Mv'+mv-mv$ ①

解得 $v'=\left(1+\frac{2m}{M}\right)v_0$ ②

评分标准：本题 12 分。①式 8 分，②式 4 分。

18. 如图所示，在 $y<0$ 的区域内存在匀强磁场，磁场方向垂直于 xy 平面并指向纸面外，

磁感强度为 B，一带正电的粒子以速度 v_0 从 O 点射入磁场，入射方向在 xy 平面内，与 x 轴正方向的夹角为 θ，若粒子射出磁场的位置与 O 点的距离为 l，求该粒子的电量和质量之比 $\frac{q}{m}$。



$\frac{q}{m}=\frac{2v_0\sin\theta}{lB}$

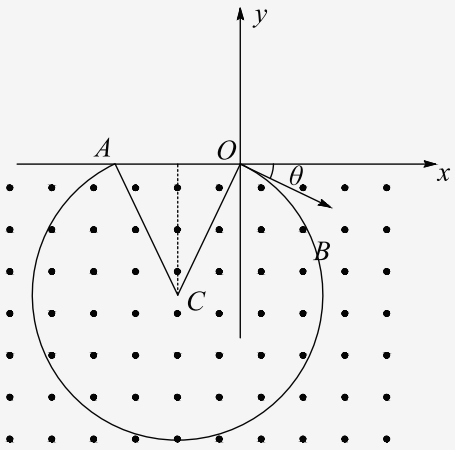
带正电粒子射入磁场后，由于受到洛伦兹力的作用，粒子将沿图示的轨迹运动，从 A 点射出磁场，O、A 间的距离为 l，射出时速度的大小仍为 v_0，射出方向与 x 轴的夹角仍为 θ，由洛伦兹力公式和牛顿定律可得：$qv_0B=m\frac{v_0^2}{R}$，式中 R 为圆轨道的半径。

解得 $R=\frac{mv_0}{qB}$ ①

圆轨道的圆心位于 OA 的中垂线上，由几何关系可得 $\frac{l}{2}=R\sin\theta$ ②

联立①、②两式，解得 $\frac{q}{m}=\frac{2v_0\sin\theta}{lB}$ ③

评分标准：本题 12 分。①式 4 分，②式 6 分，③式 2 分。



19. “和平号”空间站已于今年 3 月 23 日成功地坠落在南太平洋海域，坠落过程可简化为从一个近圆轨道（可近似看作圆轨道）开始，经过与大气摩擦，空间站的绝大部分经过升温、熔化，最后汽化而销毁，剩下的残片坠入大海。此过程中，空间站原来的机械能中，除一部分用于销毁和一部分被残片带走外，还有一部分能量 E' 通过其他方式散失（不考虑坠落过程中化学反应的能量）

坠落开始时空间站的质量 $M=1.17\times10^5\,\mathrm{kg}$；

轨道离地的高度为 $h = 146\,\mathrm{km}$，地球半径 $R = 6.4 \times 10^6\,\mathrm{m}$；

坠落范围内重力加速度可看作 $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$；

入海残片的质量 $m = 1.2 \times 10^4\,\mathrm{kg}$；

入海残片的温度升高 $\Delta T = 3000\,\mathrm{K}$；

入海残片的入海速度为声速 $v = 340\,\mathrm{m/s}$；

空间站材料每 1 千克升温 1 K 平均所需能量 $c = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{J}$；

每销毁 1 千克材料平均所需能量 $\mu = 1.0 \times 10^7\,\mathrm{J}$。

(1) 试导出以下各物理量的符号表示散失能量 E' 的公式。

(2) 算出 E' 的数值。（结果保留两位有效数字）

(1) $E' = Mg\left(\frac{1}{2}R + \frac{3}{2}h\right) - (M-m)\mu - \frac{1}{2}mv^2 - cm\Delta T$ (2) $E' = 2.9 \times 10^{12}\,\mathrm{J}$

（1）根据题给条件，从近圆轨道到地面的空间中，重力加速度 $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$。若以地面为重力势能零点，坠落过程开始时，空间站在近圆轨道的势能为

$E_p = Mgh$ ①

以 v 表示空间站在近圆轨道上的速度，由牛顿定律可得

$Mg = M\frac{v^2}{r}$ ②

其中 r 为轨道半径，以 $R_{地}$ 表示地球半径，则

$r = R + h$ ③

由②③式可得空间站在近圆轨道上的动能为

$E_k = \frac{1}{2}Mg(R+h)$ ④

由①④式得，在近圆轨道上空间站的机械能

$E = Mg\left(\frac{1}{2}R + \frac{3}{2}h\right)$ ⑤

在坠落过程中，用于销毁部分所需的能量为

$Q_{汽} = (M-m)\mu$ ⑥

用于残片升温所需的能量

$Q_{残} = cm\Delta T$ ⑦

残片的动能为 $E_{残} = \frac{1}{2}mv^2$ ⑧

以 E' 表示其他方式散失的能量，则由能量守恒得

$E = Q_{汽} + E_{残} + Q_{残} + E'$ ⑨

由此得

$E' = Mg\left(\frac{1}{2}R + \frac{3}{2}h\right) - (M-m)\mu - \frac{1}{2}mv^2 - cm\Delta T$ ⑩

（2）以题给数据代入得 $E' = 2.9 \times 10^{12}\,\mathrm{J}$ ⑪。

评分标准：本题 12 分。⑤式 4 分，⑥⑦⑧式各 1 分，⑨式 2 分，⑩式 1 分，⑪ 式 2 分。

20. 如图 1 所示，一对平行光滑轨道放置在水平面上，两轨道间距 $l = 0.20\,\mathrm{m}$，电阻 $R = 1.0\,\Omega$，有一导体杆静止放在轨道上，与两轨道垂直，杆及轨道的电阻可忽略不计，整个装置处于磁感强度 $B = 0.50\,\mathrm{T}$ 的匀强磁场中，磁场方向垂直轨道面向下，现用一外力 F 沿轨道方向拉杆，使之做匀加速运动，测得力 F 与时间 t 的关系如图 2 所示，求杆的质量 m 和加速度 a。

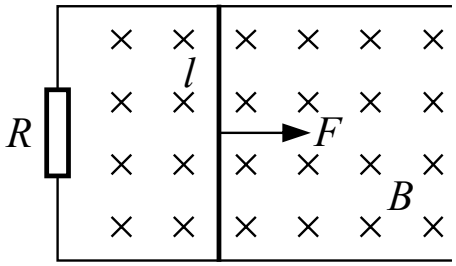


图 1

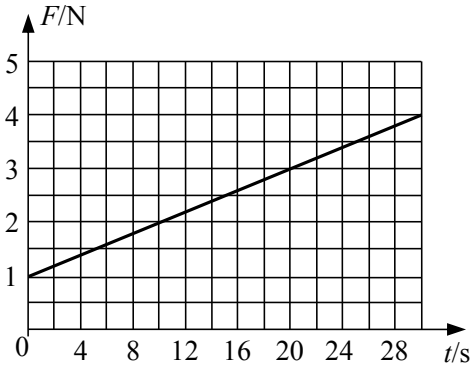


图 2

$a = 10\,\mathrm{m/s^2}$，$m = 0.1\,\mathrm{kg}$

导体杆在轨道上做匀加速直线运动，用 v 表示其速度，t 表示时间，则有

$v = at$ ①

杆切割磁力线，将产生感应电动势

$E = Blv$ ②

在杆、轨道和电阻的闭合回路中产生电流

$I = \frac{E}{R}$ ③

杆受到的安培力为

$F_{安} = BIl$ ④

根据牛顿第二定律，有

$F - F_{安} = ma$ ⑤

联立以上各式，得

$F = \frac{B^2 l^2 a}{R} t + ma$ ⑥

由图线上取两点代入⑥式，可解得

$a = 10\,\mathrm{m/s^2}$，$m = 0.1\,\mathrm{kg}$。

21. 在一密封的啤酒瓶中，下方为溶有 CO_2 的啤酒，上方为纯 CO_2 气体，在 20 °C 时，溶解于啤酒中的 CO_2 的质量为 $m_A = 1.050 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$，上方气体状态 CO_2 质量为 $m_B = 0.137 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$，压强为 $p_0 = 1$ 个大气压，当温度升高到 40 °C 时，啤酒中溶解的 CO_2 的质量减少，变为 $m'_A = m_A - \Delta m$，瓶中气体 CO_2 的压强上升到 p_1，已知 $\frac{m'_A}{m_A} = 0.60 \times \frac{p_1}{p_0}$。啤酒的体积不因溶入 CO_2 而变化，且不考虑容器体积和啤酒体积随温度变化，又知对同种气体，在体积不变的情况下 $\frac{p}{T}$ 与 m 成正比，试计算 p_1 等于多少标准大气压（结果保留两位有效数字）。

$p_1 = 1.6$ 标准大气压

在 40 °C 时，溶入啤酒的 CO_2 的质量为

$m'_A = m_A - \Delta m$ ①

因质量守恒，气态 CO_2 的质量为

$m'_B = m_B + \Delta m$ ②

由题设

$\frac{m'_A}{m_A} = 0.60 \times \frac{p_1}{p_0}$ ③

由于对同种气体，体积不变时，$\frac{p}{T}$ 与 m 成正比，可得

$\frac{p_1}{p_0} = \frac{m'_B \times 313}{m_B \times 293}$ ④

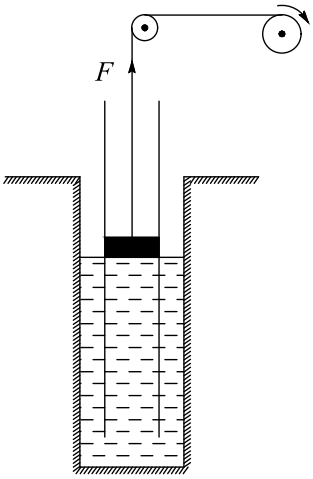
由以上各式解得

$p_1 = \frac{1 + \frac{m_A}{m_B}}{0.6\frac{m_A}{m_B} + \frac{293}{313}} p_0$ ⑤

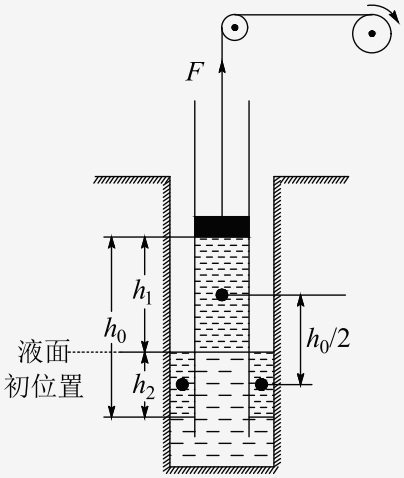
算得 $p_1 = 1.6\,\mathrm{atm}$ ⑥

评分标准：本题 13 分。②式 3 分，④式 4 分，⑤式 4 分，⑥式 2 分。

22. 一个圆柱形的竖直的井里存有一定量的水，井的侧面和底部是密闭的，在井中固定地插着一根两端开口的薄壁圆管，管和井共轴，管下端未触及井底，在圆管内有一不漏气的活塞，它可沿圆管上下滑动，开始时，管内外水面相齐，且活塞恰好触及水面，如图所示，现用卷扬机通过绳子对活塞施加一个向上的力 F，使活塞缓慢向上移动，已知管筒半径 $r = 0.100\,\mathrm{m}$，井的半径 $R = 2r$，水的密度 $\rho = 1.00 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，大气压强为 $p_0 = 1.00 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$，求活塞上升 $H = 9.00\,\mathrm{m}$ 的过程中拉力 F 所做的功。（井和管在水面以上及水面以下的部分足够长，不计活塞质量，不计摩擦，重力加速度 $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$）。



$1.65 \times 10^4\ \mathrm{J}$



从开始提升活塞至内外水面高度差为 $h_0 = \frac{p_0}{\rho g} = 10\,\mathrm{m}$ 的过程中，活塞始终与管内液体接触。（再提升活塞时，活塞和水面之间将出现真空，另行讨论。）设活塞上升距离为 h_1，管外液面下降距离为 h_2，由几何关系得

$h_0 = h_1 + h_2$ ①

因流体体积不变，有

$h_2 = h_1 \frac{\pi r^2}{\pi R^2 - \pi r^2} = \frac{1}{3} h_1$ ②

得 $h_1 = \frac{3}{4} h_0 = \frac{3}{4} \times 10\,\mathrm{m} = 7.5\,\mathrm{m}$ ③

题给 $H = 9\,\mathrm{m} > h_1$，由此可知确实有活塞下面是真空的一段过程。活塞移动距离从零到 h_1 的过程中，对于水和活塞这个整体，其机械能的增量应等于除重力外其他力所做的功。因为始终无动能，所以机械能的增量也就等于重力势能增量，即：

$\Delta E = \rho(\pi r^2 h_1) g \frac{h_0}{2}$ ④

其他力有管内、外的大气压力和拉力 F。因为液体不可压缩，所以管内外大气压做的总功 $p_0\pi(R^2-r^2)h_2-p_0\pi r^2h_1=0$，故外力做功就只是拉力 F 做的功，由功能关系知 $W_1=\Delta E$ ⑤

即 $W_1=\rho(\pi r^2)g\frac{3}{8}h_0^2=\frac{3}{8}\pi r^2\frac{p_0^2}{\rho g}=1.18\times10^4\,\mathrm{J}$ ⑥

活塞移动距离从 h_1 到 H 的过程中，液面不变，F 是恒力，$F=\pi r^2p_0$，做的功为 $W_2=F(H-h_1)=\pi r^2p_0(H-h_1)=4.71\times10^3\,\mathrm{J}$ ⑦

所求拉力 F 做的总功为 $W_1+W_2=1.65\times10^4\,\mathrm{J}$ ⑧