1987 年全国

1. 在玻尔的氢原子模型中，电子的第一条（即离核最近的那条）可能轨道的半径为 r_1，则由此向外数的第三条可能轨道的半径 $r_3 = 9r_1$，电子在这第三条可能轨道上运动时的动能 $E_k = \frac{ke^2}{18r_1}$。已知基本电荷为 e，静电力恒量为 k。

> $9r_1$，$\frac{ke^2}{18r_1}$

> 由 $r_n = n^2 r_1$ 知 $r_3 = 9r_1$，由库仑力提供向心力得 $\frac{ke^2}{r_3^2} = m\frac{v^2}{r_3}$，故 $E_{k3} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{ke^2}{18r_1}$。
>
> 评分标准：全题 24 分，每小题 3 分。

2. 一个锂核（${}_3^7\mathrm{Li}$）受到一个质子的轰击，变成两个 α 粒子，这一过程的核反应方程是 ${}_3^7\mathrm{Li} + {}_1^1\mathrm{H} \longrightarrow 2\,{}_2^4\mathrm{He}$。已知一个氢原子的质量是 $1.6736 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$，一个锂原子的质量是 $11.6505 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$，一个氦原子的质量是 $6.6466 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$。上述核反应所释放的能量等于 $2.78 \times 10^{-12}\,\mathrm{J}$。（最后结果取三位有效数字。）

> ${}_3^7\mathrm{Li} + {}_1^1\mathrm{H} \longrightarrow 2\,{}_2^4\mathrm{He}$，$2.78 \times 10^{-12}\,\mathrm{J}$

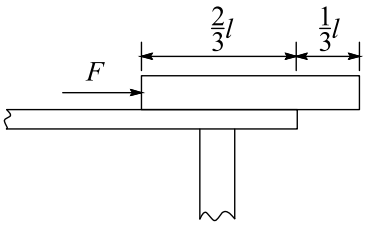
> 质量亏损为 $\Delta m = 11.6505 \times 10^{-27} + 1.6736 \times 10^{-27} - 2 \times 6.6466 \times 10^{-27} = 0.0311 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$，
>
> 由质能方程得 $\Delta E = \Delta m c^2 = 0.0311 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 = 2.78 \times 10^{-12}\,\mathrm{J}$。

3. 在太阳光照射下，水面油膜上会出现彩色的花纹，这是两列相干光波发生干涉的结果。这两列相干光波是太阳光分别经 油膜的前表面和后表面反射 而形成的。用平行的单色光垂直照射不透明的小圆板，在圆板后面的屏上发现圆板阴影中心处有一个亮斑，这是光的 衍射 现象。

> 油膜的前表面和后表面反射，衍射

> 用平行的单色光垂直照射不透明的小圆板，在圆板后面的屏上发现圆板阴影中心处有一个亮斑，就是著名的“泊松亮斑”，是衍射实验的结果。
>
> 评分标准：答“油膜的前表面和后表面反射”给 2 分，答“衍射”给 1 分。

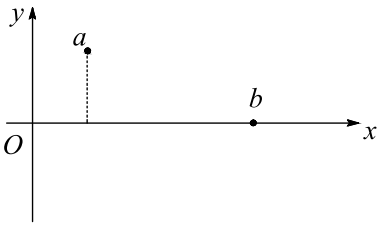
4. 一根质量为 m，长度为 l 的均匀的长方木料放在水平桌面上，木料与桌面间的摩擦系数为 μ。现用水平力 F 推木料，当木料经过图中所示的位置时，桌面对它的摩擦力等于 μmg。



μmg

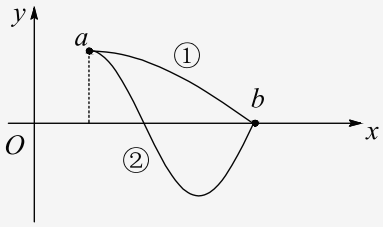
因木料的重心在水平桌面上，所以压力 $N=mg$，所以摩擦力 $f=\mu mg$。

5. 绳中有一列正弦横波，沿 x 轴传播。右上图中 a、b 是绳上两点，它们在 x 轴方向上的距离小于一个波长，当 a 点振动到最高点时，b 点恰经过平衡位置向上运动。试在图上 a、b 之间画出两个波形分别表示：①沿 x 轴正方向传播的波；②沿 x 轴负方向传播的波。在所画波形上要注明符号①和②。



如图所示

若波沿 x 轴正方向传播，则因 b 点恰经过平衡位置向上运动，所以处在从左往右看的“下坡”位置，如图中①；若波沿 x 轴负方向传播，则因 b 点恰经过平衡位置向上运动，所以处在从右往左看的“下坡”位置，如图中②。画图时先画草图再往试卷上画。



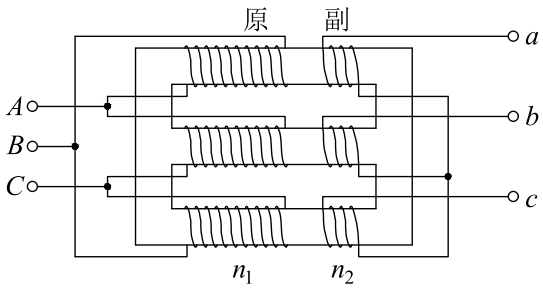
评分标准：全题 3 分，画对一个波形的，只给 1 分。

6. 电子绕核运动可等效为一环形电流。设氢原子中的电子以速率 v 在半径为 r 的轨道上运动，用 e 表示电子的电量，则其等效电流的电流强度等于 $\frac{ev}{2\pi r}$。

$\frac{ev}{2\pi r}$

由 $I=\frac{q}{t}$ 得 $I=\frac{e}{T}$，因 $T=\frac{2\pi r}{v}$，故 $I=\frac{ev}{2\pi r}$。

7. 如图是一台三相变压器的示意图，原线圈和副线圈的匝数比为 $n_1/n_2 = 30$，今测得副线圈一边 a、b、c 三端的任意两端之间的电压为 380 V，则在原线圈一边 A、B、C 三端的任意两端之间的电压等于 6600 V。



6600 V

因为副线圈一边是星形接法，$U_{线} = \sqrt{3}U_{相}$，已知 $U_{线} = 380\,\mathrm{V}$，所以 $U_{相} = 220\,\mathrm{V}$，由变压器原理得 $\frac{U_{原}}{U_{副}} = \frac{n_1}{n_2}$，所以 $U_{原} = 220 \times 30\,\mathrm{V} = 6600\,\mathrm{V}$，因为原线圈一边是三角形接法，所以 $U_{线} = U_{相} = 6600\,\mathrm{V}$。

8. 左图中的实线表示 1 摩尔的理想气体发生状态变化时的 $p - V$ 图线，变化过程是由状态 A 出发，经过 B、C、D 诸状态，最后又回到状态 A，试将这全部过程准确地画在右图所示的 $p - T$ 图中。

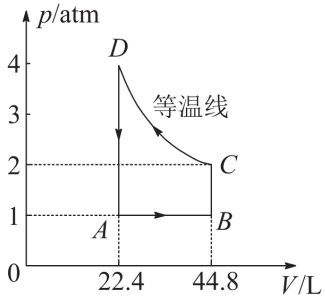


图1

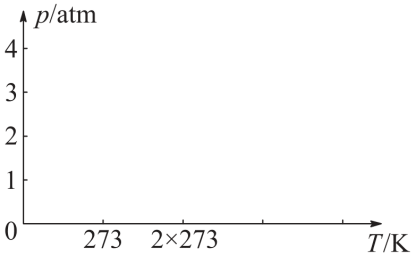


图2

如图所示

由 $p - V$ 图像知，$A \to B$ 为等压变化，$B \to C$ 为等容变化，$C \to D$ 为等温变化，$D \to A$ 为等容变化。

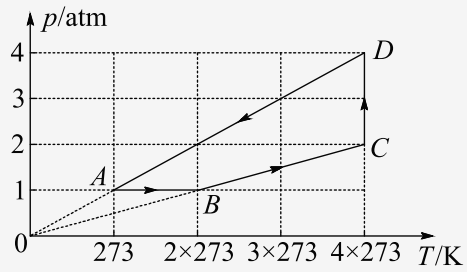
A 点为一个标准大气压，体积为 22.4 L，则温度为 0 °C，即 273 K。

$A \to B$ 为等压变化，有 $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$，则 $T_B = 2 \times 273\,\mathrm{K}$，则 B 的状态为 $(2 \times 273, 1)$；

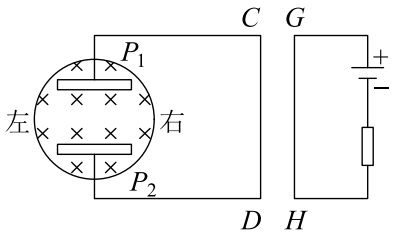
$B \to C$ 为等容变化，有 $\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_C}{T_C}$，则 $T_C = 4 \times 273\,\mathrm{K}$，则 C 的状态为 $(4 \times 273, 2)$；

$C \to D$ 为等温变化，$T_D = 4 \times 273\,\mathrm{K}$，则 D 的状态为 $(4 \times 273, 4)$；

在 $p - T$ 图像中将全部过程准确地画出来，如图所示。



9. 如图所示，连接平行金属板 P_1 和 P_2（板面垂直于纸面）的导线的一部分 CD 和另一连接电池的回路的一部分 GH 平行，CD 和 GH 均在纸平面内，金属板置于磁场中，磁场方向垂直于纸面向里，当一束等离子体射入两金属板之间时，CD 段导线将受到力的作用。(AD)



A. 等离子体从右方射入时，CD 受力的方向背离 GH

B. 等离子体从右方射入时，CD 受力的方向指向 GH

C. 等离子体从左方射入时，CD 受力的方向背离 GH

D. 等离子体从左方射入时，CD 受力的方向指向 GH

等离子体从右方射入时，正电荷受洛伦兹力向上偏转，负电荷受洛伦兹力向下偏转，所以 P_1 带正电，P_2 带负电，所以 CD 中电流从 C 向 D，因 GH 中电流从 G 向 H，由右手螺旋定则知，GH 中电流的磁场在 CD 处向里，由左手定则知，CD 受力的方向背离 GH，故 A 正确 B 错误；同样的方法可以判断，等离子体从左方射入时，CD 受力的方向指向 GH，故 D 正确 C 错误。

10. 某同学用一不等臂天平称量物体 A 的质量 M。他先把物体 A 放在天平的右方托盘上，使天平平衡时，左方托盘上所放砝码的质量为 m_1；他再把物体 A 放在天平的左方托盘上，使天平平衡时，右方托盘上所放砝码的质量为 m_2。被称物体的质量 M(A)

A. 等于 $\sqrt{m_1m_2}$

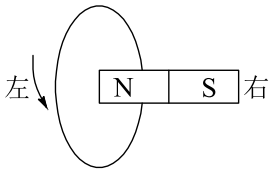
B. 等于 $\frac{m_1+m_2}{2}$

C. 等于 $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$

D. 无法确定，因为所用天平是不等臂的

由天平的平衡条件得 $MgL_{右}=m_1gL_{左}$，$m_2gL_{右}=MgL_{左}$，联立解得 $M=\sqrt{m_1m_2}$，故 A 正确。

11. 如图，有一固定的超导体圆环，在其右侧放着一条形磁铁，此时圆环中没有电流。当把磁铁向右方移走时，由于电磁感应，在超导体圆环中产生了一定的电流 (D)



A. 这电流的方向如图中箭头所示，磁铁移走后，这电流很快消失

B. 这电流的方向如图中箭头所示，磁铁移走后，这电流继续维持

C. 这电流的方向与图中箭头方向相反，磁铁移走后，这电流很快消失

D. 这电流的方向与图中箭头方向相反，磁铁移走后，这电流继续维持

> 由楞次定律知，感应电流的磁场方向向左，所以感应电流的方向与图中箭头方向相反，因为超导体的电阻为 0，所以磁铁移走后，这电流继续维持，故 D 正确。

12. 用 m 表示地球通讯卫星（同步卫星）的质量，h 表示它离地面的高度，R_0 表示地球的半径，g_0 表示地球表面处的重力加速度，ω_0 表示地球自转的角速度，则通讯卫星所受的地球对它的万有引力的大小 (BC)

A. 等于 0

B. 等于 $m\frac{R_0^2 g_0}{(R_0+h)^2}$

C. 等于 $m\sqrt[3]{R_0^2 g_0 \omega_0^4}$

D. 以上结果都不正确

> 地球表面处 $G\frac{Mm}{R_0^2} = mg_0$，得 $GM = g_0 R_0^2$，通讯卫星所受的地球对它的万有引力的大小 $F = G\frac{Mm}{(R_0+h)^2} = \frac{mg_0 R_0^2}{(R_0+h)^2}$，故 B 正确；由万有引力提供向心力得 $G\frac{Mm}{(R_0+h)^2} = m\omega_0^2(R_0+h)$，得 $R_0+h = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega_0^2}}$，所以通讯卫星所受的万有引力大小 $F = m\omega_0^2(R_0+h) = m\sqrt[3]{R_0^2 g_0 \omega_0^4}$，故 C 正确。

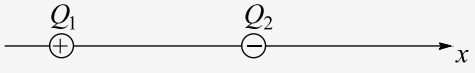
13. 在 x 轴上有两个点电荷，一个带正电 Q_1，一个带负电 $-Q_2$，且 $Q_1 = 2Q_2$。用 E_1 和 E_2 分别表示两个电荷所产生的场强的大小，则在 x 轴上 (B)

A. $E_1 = E_2$ 之点只有一处；该处合场强为 0

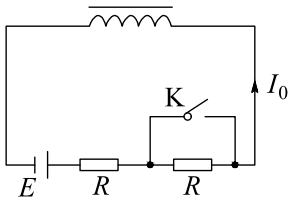
B. $E_1 = E_2$ 之点共有两处；一处合场强为 0，另一处合场强为 $2E_2$

C. $E_1 = E_2$ 之点共有三处；其中两处合场强为 0，另一处合场强为 $2E_2$

D. $E_1 = E_2$ 之点共有三处；其中一处合场强为 0，另两处合场强为 $2E_2$

> 
>
>
> 如图所示，设两个点电荷之间的距离为 l，某点距 Q_1 为 x，则距 Q_2 为 $l-x$（当 $x<l$）或 $x-l$（当 $x>l$），则 $E_1 = \frac{2kQ}{x^2}$，$E_2 = \frac{kQ}{(l-x)^2}$ 或 $E_2 = \frac{kQ}{(x-l)^2}$，令 $E_1 = E_2$，解得 $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}l$ 或 $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}l$，所以 $E_1 = E_2$ 的点共有两处；一处合场强为 0，另一处合场强为 $2E_2$，故 B 正确。

14. 如图所示电路，多匝线圈的电阻和电池的内电阻可以忽略，两个电阻器的阻值都是 R。电键 K 原来打开着，电流 $I_0 = \frac{E}{2R}$。今合下电键 K 将一个电阻器短路，于是线圈中有自感电动势产生，这自感电动势（D）



A. 有阻碍电流的作用，最后电流由 I_0 减小为零

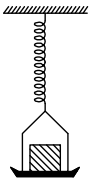
B. 有阻碍电流的作用，最后电流总小于 I_0

C. 有阻碍电流增大的作用，因而电流保持为 I_0 不变

D. 有阻碍电流增大的作用，但电流最后还是要增大到 $2I_0$

> 线圈产生的自感电流阻碍原电流的变化，闭合开关，电路的电流增大，故线圈有阻碍电流增大的作用，阻碍不是阻止，线圈最后通过的稳定电流为 $I = \frac{E}{R} = 2I_0$，故 D 正确。

15. 如图所示，一根轻质弹簧上端固定，下端挂一质量为 m_0 的平盘，盘中有一物体，质量为 m。当盘静止时，弹簧的长度比其自然长度伸长了 l。今向下拉盘使弹簧再伸长 Δl 后停止，然后松手放开。设弹簧总处在弹性限度以内，则刚松开手时盘对物体的支持力等于（A）



A. $\left(1+\frac{\Delta l}{l}\right) mg$

B. $\left(1+\frac{\Delta l}{l}\right) (m+m_0)g$

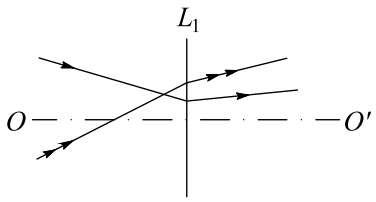
C. $\frac{\Delta l}{l} mg$

D. $\frac{\Delta l}{l} (m+m_0)g$

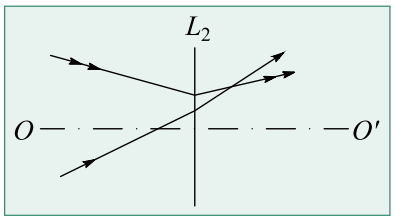
> 把盘和物体看做整体，对系统整体分析，由平衡条件得 $kl = (m+m_0)g$，由牛顿第二定律得 $k\Delta l = (m+m_0)a$；隔离物体，由牛顿第二定律有 $F_N - mg = ma$，联立解得 $F_N = mg\left(1+\frac{\Delta l}{l}\right)$，故 A 正确。

16. 下图中的 L_1、L_2、L_3 和 L_4 分别表示放在空气中的薄透镜，OO' 表示主轴，透镜的焦点没有画出，也不知是凸透镜还是凹透镜。对每个透镜，图中给定了两条入射光线。关

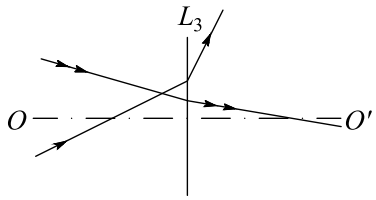
于出射光线的画法，在这四个光路图中，哪个或哪几个光路图是近似正确的？(BD)



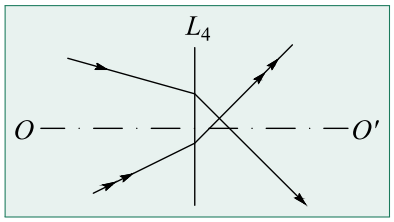
A.



B.



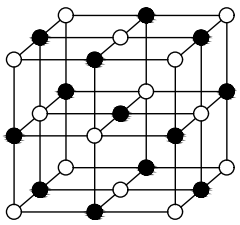
C.



D.

选项 A 中，一条光线折向主轴，另一条远离主光轴，互相矛盾，故 A 错误；选项 B、C 中，虽然两条光线都远离主光轴，但 B 中两折射光线的延长线与副光轴的交点连线垂直于主轴，而 C 中两折射光线的延长线与副光轴的交点连线不垂直于主光轴，故 B 正确 C 错误；选项 D 中，两条光线都折向主光轴，L_4 是凸透镜时是可能的，故 D 正确。

17. 如图所示，食盐（NaCl）的晶体是由钠离子（图中 ◯）和氯离子（图中 ●）组成的。这两种离子在空间中三个互相垂直的方向上，都是等距离地交错排列的。已知食盐的摩尔质量是 58.5 g/mol，食盐的密度是 2.2 g/cm^3。阿伏伽德罗常数为 $6.0\times10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$。在食盐晶体中两个距离最近的钠离子中心间的距离的数值最接近于（就下面四个数值相比）(C)



A. 3.0×10^{-8} cm　　B. 3.5×10^{-8} cm　　C. 4.0×10^{-8} cm　　D. 5.0×10^{-8} cm

每个离子占据的空间体积为

$V=\frac{M}{\rho N_\mathrm{A}}=\frac{58.5\times10^{-3}}{2.2\times10^3\times6.0\times10^{23}}\,\mathrm{m}^3=4.43\times10^{-29}\,\mathrm{m}^3$，

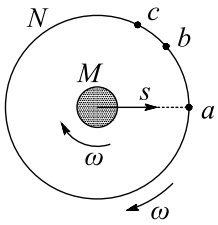
相邻粒子之间的距离为

$d=\sqrt[3]{V}=\sqrt[3]{44.3\times10^{-30}}\,\mathrm{m}=3.5\times10^{-10}\,\mathrm{m}$，

两个距离最近的钠离子中心间的距离

$s=\sqrt{2}d=4.2\times10^{-10}\,\mathrm{m}\approx4.0\times10^{-8}\,\mathrm{cm}$，故 C 正确。

18. 图中 M、N 是两个共轴圆筒的横截面，外筒半径为 R，内筒半径比 R 小很多，可以忽略不计，筒的两端是封闭的，两筒之间抽成真空。两筒以相同的角速度 ω 绕其中心轴线（图中垂直于纸面）做匀速转动。设从 M 筒内部可以通过窄缝 S（与 M 筒的轴线平行）不断地向外射出两种不同速率 v_1 和 v_2 的微粒，从 S 处射出时的初速度的方向都是沿筒的半径方向，微粒到达 N 筒后就附着在 N 筒上。如果 R、v_1 和 v_2 都不变，而 ω 取某一合适的值，则（ABC）



A. 有可能使微粒落在 N 筒上的位置都在 a 处一条与 S 缝平行的窄条上

B. 有可能使微粒落在 N 筒上的位置都在某一处如 b 处一条与 S 缝平行的窄条上

C. 有可能使微粒落在 N 筒上的位置分别在某两处如 b 处和 c 处与 S 缝平行的窄条上

D. 只要时间足够长，N 筒上将到处都落有微粒

由于 N 筒与 M 筒一起以同一角速度绕同一中心轴转动，所以在任意一段时间内，N 筒上与 S 缝在同一径向连线上的 a 点（及线）必定与 S 缝一起转过同样大的角度；因内筒 M 的半径可以忽略不计，所以，粒子射出 S 后的方向都沿半径方向；如果射出 S 缝的粒子的速度为 v，则从射出到到达 N 筒的时间为 $\frac{R}{v}$。

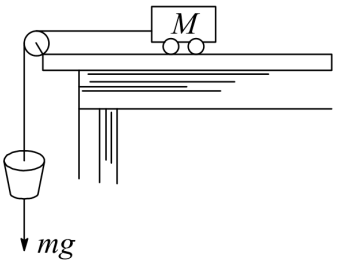
如果半径与角速度的关系为：两种粒子到达 a 点的时间差为周期的整数倍，则 A 正确；

如果半径与角速度的关系为：两种粒子到达 b 点的时间差为周期的整数倍，则 B 正确；

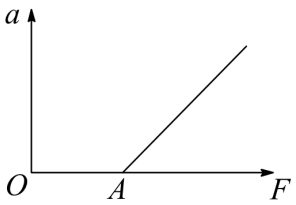
如果半径与角速度的关系为：两种粒子到达 a 点的时间差为周期的整数倍并相差从 b 到 c 的时间，则 C 正确。

19. 用左图所示的装置研究质量一定时加速度与作用力的关系。研究的对象是放在长木板上的小车，小车的质量为 M，长木板是水平放置的。小车前端拴着细轻绳，跨过定滑轮，下面吊着砂桶。实验中认为细绳对小车的作用力 F 等于砂和桶的总重量 mg。用改变砂的质量的办法来改变小车的作用力 F，用打点计时器测出小车的加速度 a，得出若干组 F 和 a 的数据。然后根据测得的数据作出 $a-F$ 图线。

一学生作出如右图所示的图线，发现横轴上的截距 OA 较大，明显地超出了偶然误差的范围，这是由于在实验中没有进行下面的步骤，即 平衡摩擦力。



甲



乙

平衡摩擦力

从图乙看出，当 $F = A$ 时加速度才开始从 0 增大，说明摩擦力不能忽略，所以要平衡摩擦力才能使图象过原点，为正比例图象。

评分标准：平衡摩擦力（4 分）。

20. 一学生使用万用表测电阻，他在实验中有违反使用规则之处，他的主要实验步骤如下：

① 把选择开关扳到“×1K”的欧姆挡上；

② 把表笔插入测试笔插孔中，先把两根表笔相接触，旋转调零旋钮，使指针指在电阻刻度的零位上；

③ 把两根表笔分别与某一待测电阻的两端相接，发现这时指针偏转较小；

④ 换用“×100”的欧姆挡，发现这时指针偏转适中．随即记下欧姆数值；

⑤ 把表笔从测试笔插孔中拔出后，就把万用表放回桌上原处，实验完毕。

这个学生在测量时已注意到：待测电阻与其他元件和电源断开，不用手碰表笔的金属杆。这个学生在实验中违反了哪一或哪些重要的使用规则？

答：换用欧姆挡的量程时，要重新调整零旋钮；万用表使用后不能把选择开关置于欧姆挡。

(1) 换用欧姆挡的量程时，要重新调整零旋钮。 (2) 万用表使用后不能把选择开关置于欧姆挡。

要注意：换用欧姆挡的量程时，要重新调整零旋钮；实验结束，需将挡位置于 OFF 挡位。

评分标准：换用欧姆挡的量程时，要重新调整零旋钮（2 分）；万用表使用后不能把选择开关置于欧姆挡（2 分）。

21. 一个学生用图示的电路验证楞次定律，他在实验步骤中有重要的遗漏．他的主要实验步骤如下：

① 把蓄电池、开关和线圈 A 串联成一个电路；

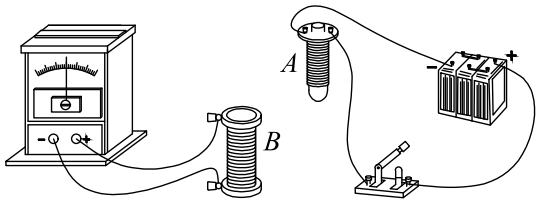
② 把电流表和线圈 B 串联成另一个电路；

③ 接通电流，给线圈 A 通电，并记下线圈 A 中电流的方向．把线圈 A 插入线圈 B 中，停一会儿再取出来，当线圈 A 在插入和取出过程中，以及停止运动时，观察电流表的指针有无偏移，并记下指针偏转的方向；

④ 改变线圈 A 中的电流方向，按步骤 3 重做实验，观察电流表的指针有无偏转，并记下指针偏转的方向。

这个学生根据上述实验记录验证楞次定律，他在实验中漏掉了什么重要实验步骤？

答：查明电流表指针的偏转方向与线圈 B 中电流方向的关系。



查明电流表指针的偏转方向与线圈 B 中电流方向的关系。

只有先查明电流表指针的偏转方向与线圈 B 中电流方向的关系，实验中才能判断电流方向与磁通量的变化的关系。

评分标准：查明电流表指针的偏转方向与线圈 B 中电流方向的关系（4 分）。

22. 把一个“10 V，2.0 W”的用电器 A（纯电阻）接到某一电动势和内阻都不变的电源上，用电器 A 实际消耗的功率是 2.0 W；换上另一个“10 V，5.0 W”的用电器 B（纯电阻）接到这一电源上，用电器 B 实际消耗的功率有没有可能反而小于 2.0 W？你如果认为不可能，试说明理由。如果认为可能，试求出用电器 B 实际消耗的功率小于 2.0 W 的条件。（设电阻不随温度改变）

可能。$r > 10\sqrt{10}\,\Omega$，$E > (10 + 2\sqrt{10})\,\mathrm{V}$。

可能。条件求如下：

用 R_1 和 R_2 分别表示 A 和 B 的电阻（设电阻不随温度改变），由题意可知

$R_1 = \frac{(10\,\mathrm{V})^2}{2.0\,\mathrm{W}}$，$R_2 = \frac{(10\,\mathrm{V})^2}{5.0\,\mathrm{W}}$　　（1）

当 A 接到电源上时，因为它正好符合额定功率 P_1 的要求，所以有

$P_1 = \left(\frac{E}{R_1 + r}\right)^2 R_1 = 2.0\,\mathrm{W}$　　（2）

当换上 B 后，B 上实际消耗的功率为

$P_2 = \left(\frac{E}{R_2+r}\right)^2 R_2$ （3）

根据题意，要求

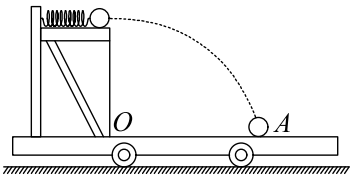
$P_2 < 2.0\,\mathrm{W}$ （4）

由（1）（2）（3）（4）式，可解得（取合理值）：

$r > 10\sqrt{10}\,\Omega$ （5），$E > (10+2\sqrt{10})\,\mathrm{V}$ （6）

评分标准：本题 8 分。列出（1）式给 1 分，列出（2）式给 1 分，列出（3）式给 2 分，列出（4）式给 2 分。得出（5）式和（6）式的再各给 1 分。（如果考生最后给出的是开方后的四舍五入的数值，同样给分）

23. 如下左图所示，在水平光滑桌面上放一质量为 M 的玩具小车。在小车的平台（小车的一部分）上有一质量可忽略的弹簧，一端固定在平台上，另一端用质量为 m 的小球将弹簧压缩一定距离后用细线捆住。用手将小车固定在桌面上，然后烧断细线，小球就被弹出，落在车上 A 点，$OA = s$。如果小车不固定而烧断细线，球将落在车上何处？设小车足够长，球不致落在车外。



$s' = \sqrt{\frac{M+m}{M}}s$

当小车固定不动时：设平台高为 h，小球弹出时的速度的大小为 v，则由平抛运动可知

$h = \frac{1}{2}gt^2$，$s = vt$，

联立得 $v^2 = \frac{gs^2}{2h}$ （1）

当小车不固定时：设小球弹出时相对于地面的速度的大小为 v'，车速的大小为 V，由动量守恒可知

$mv' = MV$ （2）

设弹簧的弹性势能为 E_p，由能量守恒得

$E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$ （3）

又 $E_p = \frac{1}{2}mv^2$，解得 $E_p = \frac{mgs^2}{4h}$。

设小球相对于小车的速度的大小为 v''，则

$v'' = v' + V$ （4）

设小球落在车上 A' 处，$OA' = s'$，则由平抛运动可知

$s' = v''\sqrt{\frac{2h}{g}}$ （5）

由（1）（2）（3）（4）（5）式可解得

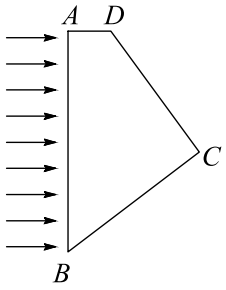
$s' = \sqrt{\frac{M+m}{M}}s$ （6）

评分标准：本题 8 分。列出（1）式给 1 分，列出（2）式给 1 分，列出（3）式给 2 分，列出（4）式给 2 分，列出（5）式给 1 分，得出（6）式给 1 分。

24. 右图中 ABCD 是一个用折射率 $n = 2.4$ 的透明媒质做成的四棱柱镜（图为其横截面），$\angle A = \angle C = 90°$，$\angle B = 60°$，$AB > BC$。现有平行光线垂直入射到棱镜的 AB 面上（如图示），若每个面上的反射都不能忽略，求出射光线。要求：

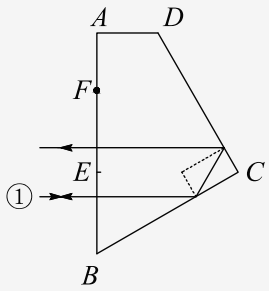
(1) 画出所有典型光线从入射到射出的光路图。（为了图面简洁，表示光线进行方向的箭头只在棱镜外面的光线上标出即可）

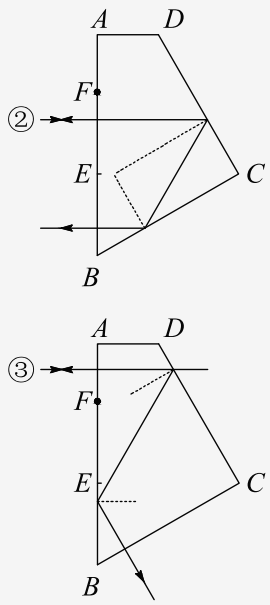
(2) 简要说明所画光路的根据，并说明每条典型光线只可能从棱镜表面的哪部分射出。



(1) 有三条典型光线①，②，③，光路如图所示。 (2) 见解析。

（1）有三条典型光线①，②，③，光路如图所示。





（2）因为媒质的折射率 $n=2.4$，所以媒质的临界角

$\theta=\arcsin\frac{1}{n}=\arcsin\frac{1}{2.4}<30^\circ$。

一条典型光线是①，垂直入射到 AB 面上 BE 之间（$CE\perp AB$），部分垂直反射；部分垂直透射。到 BC 面，因入射角 60° 大于 θ，发生全反射。到 DC 面，入射角 30° 仍大于 θ，又发生全反射。到 AB 面，垂直入射，部分垂直射出媒质；部分垂直反射回去，根据光路可逆性，最后由原入射处射出媒质，其反射部分又重复原路。总之，光线①只能由 AB 面上 FB（$BF=BC$）间垂直射出。

一条典型光线是②，垂直入射到 AB 面上 EF 之间，部分垂直反射；部分垂直透射。到 DC 面，入射角 30° 大于 θ，发生全反射。到 BC 面，入射角 60° 大于 θ，全反射。到 AB 面，垂直入射，部分垂直射出媒质；部分垂直反射回去，按光路的可逆性，由原入射处射出媒质，其反射部分又重复原路。总之，光线②只能由 AB 面上 FB 间垂直射出。

一条典型光线是③，垂直入射到 AB 面上 FA 之间，部分垂直反射；部分垂直透射。到 DC 面，入射角 30° 大于 θ，全反射。到 AB 面，入射角 60° 大于 θ，全反射。到 BC 面，垂直入射，部分垂直射出媒质；部分垂直反射回去，按光路的可逆性，由原入射处射出媒质，其反射部分又重复原路。总之，光线③只能由 BC 面和 AB 面上 FA 间垂直射出。

评分标准：本题 8 分。（1）占 3 分，（2）占 5 分。（1）中，画光路：①占 1 分，②占 1 分，③占 1 分。每条光线的画法只要有错误或没画，就不能给该条光线的分。（2）中，解释光路：正确说明各次全反射，给 1 分；正确利用光路的可逆性，给 1 分。三条光线的射出范围，答对一条给 1 分。本题不要求画出并讨论经 E 和 F 点入射的光线的出射线。

25. 用大炮轰击和炮在同一水平面上的目标。当炮筒仰角为 φ_1 时，着弹点比目标偏近了一段距离 d_1；当仰角为 φ_2 时，着弹点又比目标偏远了一段距离 d_2。由这些已知量，求出要想正好击中目标所需的仰角 φ_0。设炮弹出口速率是一定的，空气阻力不计。

（本题是附加题，成绩不计入总分）

$\varphi_0 = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{d_1\sin 2\varphi_1 + d_2\sin 2\varphi_2}{d_1+d_2}\right)$

令 x、y 分别表示炮弹的水平位移和竖直位移，v_0 表示其初速度，则有

$x = v_0\cos\varphi\cdot t$，$y = v_0\sin\varphi\cdot t - \frac{1}{2}gt^2$，

解得 $y = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\varphi}x^2$，

当炮弹落地时，$y=0$，由上两式可得水平射程

$x = \frac{v_0^2\sin 2\varphi}{g}$　　（1）

当仰角为 φ_1、φ_2、φ_0 时，分别有

$x_1 = \frac{v_0^2\sin 2\varphi_1}{g}$，$x_2 = \frac{v_0^2\sin 2\varphi_2}{g}$，$x_0 = \frac{v_0^2\sin 2\varphi_0}{g}$　　（2）

已知

$x_0 - x_1 = d_1$，$x_2 - x_0 = d_2$　　（3）

由（2）（3）两式得

$\frac{v_0^2\sin 2\varphi_0}{g} - \frac{v_0^2\sin 2\varphi_1}{g} = d_1$，$\frac{v_0^2\sin 2\varphi_2}{g} - \frac{v_0^2\sin 2\varphi_0}{g} = d_2$，

由以上两式得 $\frac{\sin 2\varphi_0 - \sin 2\varphi_1}{\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_0} = \frac{d_1}{d_2}$，

解得 $\sin 2\varphi_0 = \frac{d_1\sin 2\varphi_1 + d_2\sin 2\varphi_2}{d_1+d_2}$，

即 $\varphi_0 = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{d_1\sin 2\varphi_1 + d_2\sin 2\varphi_2}{d_1+d_2}\right)$　　（4）

评分标准：本题 10 分。列出（1）式给 4 分，列出（2）式给 2 分，列出（3）式给 2 分，得出（4）式再给 2 分。